Die

Decimal-Brüche

vollständig und auf eine leichtfaßliche Weise abgehandelt

und auf die im

bürgerlichen Leben vorkommenden Rechnungsfälle

angewendet,

mit Rücksicht auf die

Landesvermessung, Bonitirung und das Grundsteuer-Kataster

im Königreiche Bayern,

wie auch auf

die Bedürfnisse der Gewerbsleute

nebst vielen erläuternden und gemeinnützigen Anmerkungen, besonders aber Notizen aus der Buchstabenrechnung und Algebra, wie auch aus der theoretischen und praktischen Geometrie und Stereometrie,

mit einem Anhange

die Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzeln

und darauf bezügliche Erläuterungen und Beispiele enthaltend,

für

Schulen und zum Selbstunterrichte.

Von

Leopold Einsle,

königl. bayer. Bezirksgeometer zu Bamberg.

Motto: Uebung macht den Meister.

Zweite verbesserte und mit einem Sachregister vermehrte Auflage.

Mit einer Figurentafel.

Bamberg, 1854.

Im Selbstverlage und in Commission der Carl Buchner'schen Buchhandlung.

Dum duo faciunt idem, tamen non est idem.

Vorrede.

Von Freunden und Schulmännern aufgefordert, ein Büchlein zu schreiben, welches eine möglichst vollständige Belehrung über das Grundsteuer-Kataster des Königreichs Bayern enthalte, entschloß sich der Verfasser, eine kurze und doch möglichst vollständige Anleitung zur Rechnung mit Decimal-Brüchen zu verfassen und dieser eine Sammlung theoretischer und praktischer Uebungsbeispiele aus dem wirklichen Geschäftsleben beizufügen und auch eine hinreichende Anzahl aufgelößter Aufgaben aus dem Kataster-Fache einzuschalten; denn ohne Kenntniß der Decimal-Brüche ist es nicht möglich, eine gründliche Belehrung über das bayerische Grundsteuer-Kataster zu geben, eben so wenig als man gründlichen Unterricht in der Musik ohne Noten-Kenntniß ertheilen könnte. Wer sich dagegen Kenntniß der Decimal-Brüche erworben und sich in den Rechnungsarten derselben gehörig geübt hat, dem ist der Rubriken-Bau und Vortrag des bayerischen Grundsteuer-Katasters von selbst verständlich, um so mehr als den Kataster-Auszügen eine kurze Belehrung voransteht, weßhalb auch der Verfasser meistens nur a n o m a l e Fälle aufgenommen und mit dem bayerischen Fixirungs- und Ablösungs-Gesetze vom 4ten Juni 1848 in Vereinbarung gebracht hat.

Hiebei ist darauf hingearbeitet worden, durch k l a r e und e i n f a c h e Darstellung und durch eine zweckmäßige Verbindung mathematischer Lehren und Sätze das Werkchen zum Selbststudium geeignet und jedes andere mathematische Werk möglichst entbehrlich zu machen; es ist demgemäß die Geometrie und Stereometrie in ihrer Anwendung durch erläuterte Beispiele vollständig durchgeführt, insbesondere aber ist das bayeri-

sche Grundsteuer-Kataster allseitig rechnerisch erläutert und das Fixirungs- und Ablösungsgesetz vom 4ten Juni 1848 der Art praktisch durchgearbeitet, daß nicht bloß die gewöhnlichen Fälle mehrseitig beleuchtet sind, sondern daß insbesondere auf die anomalen Zehentverhältnisse ganz besondere Aufmerksamkeit verwendet wurde.

Auch die Lehre über das Ausziehen der Quadrat- und Kubikwurzeln ist vollständig abgehandelt und praktisch durchgeführt.

Endlich sind die wichtigsten Momente über die bayerische Landesvermessung ausführlich *) dargestellt und eine gründliche Belehrung über Bonitirung (Aufstellung der Mustergründe) auf den Grund der gesetzlichen Bestimmungen ertheilt worden.

Der Verfasser hatte den Plan, sein Werkchen so abzufassen, daß es zugleich sein könne ein sogenanntes Vademecum **) für Finanz-, Bau- und Forstleute, ein Hilfsbuch für Lehrer der Mathematik an wissenschaftlichen und technischen Lehranstalten, ein Uebungsbuch für Schüler an Latein-, Gewerb- und Landwirthschaftlichen Schulen und ein Handbuch zum Selbststudium für Elementar-Lehrer auf dem Lande.

Wie dieser Plan ausgeführt sei, muß der Verfasser dem Urtheile sachkundiger Männer überlassen, und es bleibt ihm nur mehr der Wunsch übrig, es möchte das Werkchen den beabsichtigten Nutzen vielfältig bringen, wodurch er für seine nicht geringe Mühe und Opfer ***) hinreichend belohnt sein würde.

Bamberg, am Tage der Sommersonnenwende im Jahre 1851.

Der Verfasser.

---

*) Wenn man das Gesagte in Einsle's Maßzusammenstellung auf Seite 21—33 und 48—52 hieher ergänzt.

**) Vom lateinischen vade mecum = geh mit mir, daher Vademecum = Taschenbuch.

***) Papier, Druck und Lithographie auf eigene Kosten.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Dieses Werk hat bei Forst- und Finanzleuten, wie auch bei Volksschullehrern, für welch letztere es hauptsächlich geschrieben ist, eine günstige Aufnahme gefunden. Demselben wurden auch günstige Recensionen zu Theil; denn z. B. in der sächsischen Schulzeitung Nr. 2 des Jahrganges 1852 heißt es (Seite 23) unter Anderem: Das Werk'chen ist mit unsäglichem Fleiße abgefaßt und besonders für Geodäten, Abschätzungs-Commissarien und damit beauftragte Aktuarien unentbehrlich.

Für bayerische Landschullehrer als Gemeindeschreiber dürfte es eben so unentbehrlich sein, wo es sich um Aufklärungen über das Grundsteuer-Kataster und um Repartitionen der Gemeindeumlagen ꝛc. handelt.

Deßhalb ist demselben zur leichteren Benützung ein vollständiges Sachregister beigefügt worden, ohne den Preis zu erhöhen.

Bamberg, am 17. November 1854.

Der Verfasser.

Verbesserung der sinnstörenden Druckfehler.

Auf Seite 2 unten soll es heißen: Auch wird die Abwesenheit der Ganze nach der Schreibart der Engländer gar nicht ersetzt.

Auf Seite 4 Zeile 19 von oben heißt es: wenn man also letztere als . . . soll aber heißen: wenn man also die Ruthe als . . .

Auf Seite 5 Zeile 19 von unten heißt es: Um Zehntausender zu schreiben, braucht man vier Nullen, soll aber heißen: Um Zehntausendtel zu schreiben, braucht man vier Stellen (Punkte), daher . . .

Auf Seite 34 Zeile 17 von oben soll es heißen: mit einem rechtwinklichten Dreiecke, aber nicht mit einem reckwinklichten.

Auf Seite 64 Zeile 17 von unten soll es heißen: unwiderrufliches Eigenthum, aber nicht unwiederrufliches . . .

Auf Seite 104 Zeile 2 von unten soll es heißen: um aus den 2 Gleichungen, aber nicht um aus den 2 Gleichen.

Auf Seite 115 Zeile 1 oben soll es heißen: in den zweiten, aber nicht in dem zweiten (Theil).

Auf Seite 141 Zeile 16 von oben soll es heißen: so hänge man dem letzten Reste eine Klasse Nullen an, aber nicht: einer Klasse; und auf Zeile 2 von unten: $\sqrt[3]{0{,}274625}$ nicht $\sqrt[3]{0{,}174625}$.

Auf Seite 142 Zeile 12 von unten soll es heißen: 0,30638 Annäherungswerthe, aber nicht 0,80638.

Auf Seite 157 am Ende der 18. Zeile von oben soll es heißen: in mittleren Jahren?

Auf Seite 160 Zeile 2 von oben soll es heißen: vornimmt, aber nicht vernimmt; ferner ist auf derselben Seite der in der 17ten Zeile (von oben) beginnende Satz also zu fassen: Wenn nun obiger Acker genau ein bayerisches Tagwerk hält und die Taxatoren sprechen die 6te Bonitätsklasse für denselben aus, so kann dieser Acker ein **gesetzliches** Muster werden, weil die Angabe des Fatenten und der Taxatoren nicht um 20 kr. oder um $^1/_4$ Metzen Korn für's Tagwerk verschieden ist (§. 25 des Grst. Ges.); würden aber die Taxatoren eine niedere oder eine höhere Klasse ausgesprochen haben d. h. würden die Angaben des Fatenten und der Taxatoren um mehr als 20 kr. für's Tagwerk differiren, oder würden ihre einzelnen Angaben über Aussaat und Ernte auffallend von einander abweichen, so könnte dieser beabsichtigte Acker kein gesetzliches Muster abgeben, sondern . . . .

Auf Seite 160 am Ende der 9ten Zeile von unten ist noch beizufügen: nämlich bei Festsetzung einer Klassen-Größe: indem nur bei Waldmustern Bruchklassen gebräuchlich sind.

Decimal-Brüche.

Vorbegriffe.

§. 1.

Erklärung. Ein Bruch, dessen Nenner 1 mit so viel angehängten Nullen ist, als der Zähler Zifferstellen enthält, heißt Decimal-Bruch. *)

Oder:

Ein Bruch, dessen Nenner 10 oder eine Potenz **) von 10 ist, heißt Decimal-Bruch.

So z. B. $\frac{7}{10}$, $\frac{29}{100}$, $\frac{263}{1000}$ ꝛc.

Anmerkung. Die allgemeine Formel eines Decimal-Bruches ist $\frac{a}{10^m}$, worin a und m beliebige ganze Zahlen bedeuten.

Erklärung. Decimal-Rechnung ist das Verfahren mit Decimal-Brüchen zu rechnen.

Zusatz 1. Nach dem gewöhnlichen oder dekadischen Zahlen-Systeme ***) hat eine Ziffer an der ersten Stelle rechter Hand jedesmal ihren

---

*) Decimal stammt her vom lateinischen decem = zehn, daher Decimal-Brüche = zehntheilige Brüche.

**) Potenz (Würde) ist ein Produkt aus lauter gleichen Faktoren. So z. B.

$2 \times 2 =$	4, daher	4 die zweite Potenz von	2, oder	$2^2 =$	4
$2 \times 2 \times 2 =$	8, „	8 „ dritte „ „	2, „	$2^3 =$	8
$3 \times 3 =$	9, „	9 „ zweite „ „	3, „	$3^2 =$	9
$3 \times 3 \times 3 =$	27, „	27 „ dritte „ „	3, „	$3^3 =$	27
$10 \times 10 =$	100, „	100 „ zweite „ „	10, „	$10^2 =$	100
$10 \times 10 \times 10 =$	1000, „	1000 „ dritte „ „	10, „	$10^3 =$	1000 ꝛc.

Demnach könnte man die Definition (Erklärung) des Decimal-Bruches auch also geben: Ein Bruch, dessen Nenner 10 oder ein Produkt aus der Zahl 10 mit sich selbst ist, heißt Decimal-Bruch.

***) Dekadisch stammt her vom griechischen δέκα = zehn, daher dekadisch = zehntheilig. System vom griechischen σύστημα = Ordnung, Zusammenhang, daher dekadisches Zahlen-System = zehntheilige Zahlenordnung oder zehntheilige Zählungsart.

eigenthümlichen *) Werth und diese Stelle heißt die Stelle der Einer; an jeder folgenden Stelle von der Rechten zur Linken erhält eine Ziffer einen zehnmal größeren **) Werth als derjenige ist, den sie an der nächst vorhergehenden Stelle hat. So z. B.

$$86574 = 80000 + 6000 + 500 + 70 + 4$$

Daher hat umgekehrt von der Linken zur Rechten eine Ziffer an jeder folgenden Stelle einen zehnmal kleineren Werth als derjenige ist, den sie an der nächst vorhergehenden Stelle hat. Wird die Stelle der Einer, an welcher jede Ziffer ihren eigenthümlichen Werth hat, als Gränze angenommen, diese durch irgend ein Kennzeichen, etwa durch ein Komma ***) bemerkbar gemacht und werden auf der rechten Seite des Komma noch mehrere Zifferstellen hinzugesetzt, so nimmt ihr Werth nach demselben Gesetze ab und man erhält auf diese Weise eine natürliche Reihe von Decimal-Brüchen. So z. B.

$$7834{,}5673 = 7000 + 800 + 30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{3}{10000}$$

Oder:

$$7834 \text{ Ganze} + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{3}{10000}$$

Die rechts von den Einern angeschriebenen Ziffern (,5673) sind also Zähler von Decimal-Brüchen und werden Decimalen genannt; und die Stellen, welche jene Ziffern einnehmen, heißen Decimal-Stellen.

Zusatz 2. Da der Nenner eines Decimal-Bruches immer aus der Anzahl †) der Zifferstellen des Zählers abgeleitet werden kann, so wird der Nenner in der Regel nicht angeschrieben, sondern man schreibt nur den Zähler an, nachdem man vorher die Ganze durch ein Komma ausgeschieden hat; die Abwesenheit der Ganze ††) wird durch eine Null ersetzt. So z. B.

---

*) Oder natürlichen Werth.

**) Schon beim Numeriren (Zahlenlesen), welches eine ähnliche Vorübung zur Zahlenlehre wie das Syllabiren zur Sprachlehre ist, unterscheidet man einen natürlichen und einen Lokal-Werth der Ziffern.

***) Dieses Kennzeichen (Decimal-Zeichen) ist an und für sich ganz willkührlich und man gebraucht meistens ein Komma (Decimal-Strich), obgleich auch ein Punkt nicht ungewöhnlich ist, den man aber oberhalb der Einer anbringt, weil er unterhalb der Einer angebracht mit dem Multiplikationszeichen (× oder .) verwechselt werden könnte. (Letztere Schreibart, nämlich der Punkt oberhalb, ist in England die vorherrschende.) Auch kann man die Decimal-Stellen (Decimalen) etwas höher oder etwas tiefer als die Ganzen hinzusetzen. So z. B.

$7834{,}5673$ oder $7834\cdot5673$ oder 7834^{5673} oder 7834_{5673}.

†) Der Nenner hat immer so viel Nullen als der Zähler Zifferstellen hat und noch 1, daher hat der Nenner immer eine Stelle mehr als der Zähler.

††) Auch wird die Abwesenheit der Ganze gar nicht ersetzt. So z. B. schreibt man auch: $\frac{7}{10} = \cdot7$; $\frac{4}{100} = \cdot04$.

$8\frac{3}{10} = 8{,}3$ d. h. acht Ganze und $\frac{3}{10}$

$52\frac{41}{100} = 52{,}41$; $61\frac{3}{100} = 61{,}03$; $5\frac{17}{1000} = 5{,}017$

$\frac{7}{10} = 0{,}7$ d. h. kein Ganzes und $\frac{7}{10}$

$\frac{32127}{100000} = 0{,}32127$; $\frac{29}{100000} = 0{,}00029$

Die Decimal=Brüche können also immer ohne Nenner angeschrieben werden, weßhalb man diese auch nur ausnahmsweise anschreibt.

Anmerkung 1. Enthält der Zähler weniger Zifferstellen als der Nenner Nullen hat, so werden jenem noch so viele Nullen vorgesetzt, als er braucht, um eben so viele Zifferstellen zu haben, als im Nenner Nullen sind. So z. B.

$$\frac{35}{1000000} = 0{,}000035$$

Anmerkung 2. Die Decimal=Brüche unterscheiden sich von den gemeinen Brüchen bloß durch die eigenthümliche Form, nämlich dadurch, daß sie zum Nenner keine andern Zahlen als 10, 100, 1000 2c. haben, und auch dadurch, daß man in der Regel nur ihren Zähler anschreibt. Diese Abkürzung ist offenbar ein Vortheil. Ein anderer Vortheil, der aus dieser Schreibart entspringt, ist der, daß die Decimal=Brüche sich in den verschiedenen Rechnungen nach denselben Regeln behandeln lassen, wie die ganzen Zahlen.

Zusatz 3. Bei der dekadischen Abstufung unsers Zahlen=Systems bezeichnet die nächste (erste) Stelle, welche auf die Einer abwärts *) folgt, Zehntel der Einer, die zweite Hundertel, die dritte Tausendtel, die vierte Zehntausendtel, die fünfte Hunderttausendtel, die sechste Milliontel **) 2c. So z. B.

Tausendter	Hunderter	Zehner	Einer	Zehntel	Hundertel	Tausendtel	Zehntausendtel	u. s. w.
7	8	5	4,	6	2	7	3	. . .

Ganze — Decimalen.

Es entsteht also ein Decimal=Bruch, wenn man die Abnahme des Werthes der Stellen einer Zahl, wobei jede folgende immer 10mal kleiner wird, über die Einer hinaus fortsetzt.

Dadurch wird also das schon den allerersten Anfängern gelehrte Gesetz unsers Zahlen=Systems wieder sichtbar, nach welchem die Ziffern von der Linken zur Rechten von Stelle zu Stelle um das 10fache am Werthe abnehmen.

*) Nämlich von der Linken zur Rechten.

**) Man kann auch auf die Decimal=Brüche die bekannten Regeln der Aussprache ganzer Zahlen anwenden und sich merken, daß die dritte Stelle Tausendtel, die sechste Milliontel, die neunte Tausendmilliontel, die zwölfte Billiontel 2c. heißt.

Anmerkung 1. Der Platz, den das Komma einnimmt, ist von großer Wichtigkeit, und man kann dem Schüler nicht genug einprägen, ja recht sorgfältig darauf zu achten, daß das Komma am gehörigen Orte gesetzt werde. So ist z. B. ein großer Unterschied zwischen

0,6273 Ruthen und
6,273 Ruthen und
62,73 Ruthen und
627,3 Ruthen; denn

0,6273 Ruthen = keine Ruthe, 6 Fuß, 2 Zoll, 7 Linien und 3 Scrupel,
6,273 Ruthen = 6 Ruthen, 2 Fuß, 7 Zoll und 3 Linien,
62,73 Ruthen = 62 Ruthen, 7 Fuß und 3 Zoll,
627,3 Ruthen = 627 Ruthen und 3 Fuß.

Anmerkung 2. Die Bedeutung der einzelnen Bruchziffern kann man sich recht anschaulich machen, wenn man auf einer Latte eine Länge von 10 Fuß aufträgt, also eine Decimal-Ruthe anfertigt, wenn man ferner den letzten Fuß in 10 gleiche Theile (Decimal-Zolle) und einen solchen Theil (Zoll) nochmals in 10 gleiche Theile (Decimal-Linien) abtheilt, und wenn man endlich diese Theile nicht Fuß, Zoll und Linien, sondern Zehntel-, Hundertel-, Tausendtel-Ruthen nennt, wenn man also letztere als Haupteinheit aller Abtheilungen annimmt. Mit Hilfe einer solchen eingetheilten Latte (Meßlatte) läßt sich nun der Werth der Brucheinheiten ($^1/_{10}$, $^1/_{100}$, $^1/_{1000}$ Ruthe) und auch der Bruchziffern (0,6; 0,02; 0,007; 0,627 2c.) sehr anschaulich machen. Hiebei zeigt sich auch, daß die Brucheinheiten (0,1; 0,01; 0,001 2c.) sehr schnell abnehmen; denn die Brucheinheit an der 5. Decimalstelle ist kaum mehr sichtbar, während die an der 1. einen ganzen Fuß beträgt.

* Zur Bezeichnung der Ruthen, Fuße, Zolle, Linien, Scrupel oder Punkte bedient man sich folgender Zeichen: 1 Ruthe = 1^0; 1 Fuß = $1'$; 1 Zoll = $1''$; 1 Linie = $1'''$; 1 Punkt = $1''''$. Es sind $13^0\ 6'\ 3''\ 5'''\ 4'''' = 13{,}6354^0$.

Zusatz 4. Die Decimal-Brüche können auf zweierlei Weise gelesen werden; denn

a) entweder liest man jede Bruchziffer (Decimale) einzeln nach ihrem Werthe, oder

b) man liest alle Bruchziffern zusammen wie eine ganze Zahl als den Zähler eines Bruches, und hiezu als Nenner den Nenner der letzten Decimal-Stelle.

Beispiele zur Leseart ad a)

54,67943 = 54 Ganze, 6 Zehntel, 7 Hundertel, 9 Tausendtel, 4 Zehntausendtel und 3 Hunderttausendtel.

0,2574 = 0 Ganze, 2 Zehntel, 5 Hundertel, 7 Tausendtel und 4 Zehntausendtel.

78,0075 = 78 Ganze, 0 Zehntel, 0 Hundertel, 7 Tausendtel und 5 Zehntausendtel.

0,00029 = 0 Ganze, 0 Zehntel, 0 Hundertel, 0 Tausendtel, 2 Zehntausendtel und 9 Hunderttausendtel.

Beispiele zur Leseart ad b)

$43{,}2534 = 43$ Ganze und 2534 Zehntausendtel, oder $43\frac{2534}{10000}$

$0{,}578 =$ kein Ganzes, aber 578 Tausendtel, oder $\frac{578}{1000}$

$365{,}00025 = 365$ Ganze und 25 Hunderttausendtel, oder $365\frac{25}{100000}$

$0{,}000097 =$ kein Ganzes, aber 97 Milliontel, oder $\frac{97}{1000000}$

Anmerkung 1. Die erste Leseart (a) ist die einfachste und hat den Vortheil, daß man Ziffer für Ziffer, wie sie ausgesprochen werden, anschreiben kann, während man nach der zweiten Leseart (b) erst dann zu schreiben anfangen kann, nachdem der Werth der letzten Ziffer ausgesprochen worden ist, man also die ganze Zahl im Gedächtniß behalten muß, was, wenn die Zahl etwas größer ist, zu Irrungen Veranlassung geben kann.

Anmerkung 2. Wenn die Decimal-Brüche nach der zweiten Leseart (b) ausgesprochen werden, so kann man beim Anschreiben auf folgende Weise verfahren:

a) Man schreibe zuerst die Ganze und mache rechts daneben das Komma; sind keine Ganze gegeben, so schreibe man an deren Stelle eine Null.

b) Nun lasse man sich den Bruch ganz vorsagen und merke die Zahl; mache hinter das Komma Punkte und zähle dabei: zehn (.), hundert (.), tausend (.), zehntausend (.), hunderttausend (.) 2c.

c) Hat man so viele Punkte gemacht als der genannte Nenner Nullen hat, so schreibe man die gegebene Zahl d. i. die Ziffern des Zählers darauf und zwar so, daß der letzte Punkt zuerst beschrieben wird; bleiben links Punkte so werden sie mit Nullen beschrieben.

So z. B. sollen zwölf Ganze, acht hundert sechs und fünfzig Zehntausendtel mit Ziffern geschrieben werden.

Um Zehntausender zu schreiben, braucht man vier Nullen, daher

```
12, . . . .
    . . . 6
    . . 5 6
    . 8 5 6
    0 8 5 6
-----------
12,0 8 5 6
```

In der Praxis *) braucht man natürlich nur eine Zeile, schreibt aber die Decimalen von der Rechten zur Linken, wie es im links stehenden Beispiele angedeutet ist.

Das richtige Anschreiben der Decimalen beruht also kurz auf folgender Regel: **Der Decimal-Bruch muß eben so viele Ziffernstellen haben, als der ihm zugehörige Nenner Nullen hat, und man muß jede Ziffer an den Platz schreiben, der ihr vermöge ihres Ranges gebührt.**

Demnach sind

1) Sechs Ganze und acht Hunderttausendtel =?
2) 528 Ganze und drei hundert drei und achtzig Tausendtel =?
3) Siebenzehn Hunderttausendtel =?
4) Sechs hundert und fünf Milliontel =?
5) Acht tausend sieben und sechszig Hunderttel =?

---

*) Praxis vom griechischen πρᾶξις = Ausübung, Anwendung.

Antw.: ad 1) 6,00008; ad 2) 528,383; ad 3) 0,00017; ad 4) 0,000605; ad 5) 80,67.

Anmerkung 3. Wenn ein mit seinem Nenner versehener Decimal-Bruch in seiner rechten Gestalt, d. i. ohne Nenner geschrieben werden soll, so darf man nur in dem Zähler von der Rechten gegen die Linke so viel Ziffern für Decimal-Stellen abschneiden, als der Nenner Nullen hat, wobei, wenn der Zähler nicht genug Ziffern enthalten sollte, das links Fehlende durch Nullen ergänzt werden muß. So z. B.

$$\frac{96405}{1000} = 96{,}405; \quad \frac{75}{100} = 0{,}75; \quad \frac{7}{10000} = 0{,}0007.$$

* Aus dem Bisherigen lassen sich Maße, Gewichte und Münzen, die dem reinen Decimal-Systeme angehören, ganz leicht reduciren und resolviren; denn man braucht nur den Namen einer Sorte (Stelle) zu kennen, um daraus auf den Namen und Werth der übrigen zu schließen. So z. B. hält im Großherzogthume Baden

1 Zuber 10 Malter,
1 Malter 10 Sester,
1 Sester 10 Mäßlein,
1 Mäßlein 10 Becher.

Es sind daher 12 Zuber, 8 Malter, 6 Sester, 5 Mäßlein, 7 Becher = 12,8657 Zuber = 128,657 Malter = 1286,57 Sester = 12865,7 Mäßlein = 128657 Becher.

Zusatz 5. Hängt man den Decimalen, d. h. dem Zähler des Decimal-Bruches rechts am Ende Nullen an, so wird dadurch der Werth des Bruches nicht geändert.

So z. B. ist $5{,}24 = 5{,}24000$; denn

$$5{,}24 = 5\tfrac{24}{100}$$

$$5\tfrac{24}{100} = 5\tfrac{24000}{100000} \text{ *)}$$

$$\text{also } 5{,}24 = 5\tfrac{24000}{100000} \text{ **)} = 5{,}24000$$

Anmerkung 1. Es ist daher sehr leicht, Decimal-Brüche unter einerlei Benennung zu bringen; denn man darf nur demjenigen Bruche, welcher weniger Decimal-Stellen hat, rechts am Ende so viele Nullen anhängen, daß jeder gleichviel Decimal-Stellen erhält.

So z. B. sind 6,5 und 15,4507 unter einerlei Benennung gebracht

6,5000 und 15,4507; denn

$$6{,}5 = 6\tfrac{5}{10} = 6\tfrac{5000}{10000} \text{ und}$$

$$15{,}4507 = 15\tfrac{4507}{10000}$$

---

*) Bekanntlich bleibt ein Bruch seinem Werthe nach unverändert, wenn man Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl (hier mit 1000) multiplicirt.

**) Nach dem allgemeinen Grundsatze: Zwei Größen, von welchen jede der nämlichen dritten gleich ist, sind auch unter sich gleich; denn

wenn $a = b$	oder wenn $12 = 3 \times 4$
und wenn $b = c$	und wenn $3 \times 4 = 5 + 7$
so ist auch $a = c$	so ist auch $12 = 5 + 7$

Anmerkung 2. Eben so leicht ist es, Ganze in Decimal-Brüche zu verwandeln; denn man braucht nur hinter die Ganzen das Komma zu setzen und nach diesem eine beliebige Anzahl von Nullen.

So z. B. 38 = 38,000....

Zusatz 6. Der Werth eines Decimal-Bruches wird so oft um das zehnfache vermindert, als viel Nullen unmittelbar nach dem Komma links vor den Decimalen eingeschaltet werden.

So z. B. ist 0,5 zehnmal größer als 0,05 und 0,05 ist wieder zehnmal größer als 0,005; denn

$$0{,}5 = \frac{5}{10}$$
$$0{,}05 = \frac{5}{100}$$
$$0{,}005 = \frac{5}{1000}$$

§. 2.

Aufgabe. Gewöhnliche oder gemeine Brüche in Decimal-Brüche zu verwandeln.

Auflösung. Gemeine Brüche werden auf folgende Weise in Decimal-Brüche verwandelt:

a) Ist der gegebene Bruch ein eigentlicher oder echter, so enthält er keine Ganze; daher schreibe man an die Stelle der Ganze eine Null und mache rechts darneben ein Komma.

b) Man multiplicire und dividire Zähler und Nenner mit solchen Zahlen, daß man einen Nenner mit 1 sammt angehängten Nullen erhält.

Oder was gewöhnlicher ist:

Man hänge dem Zähler rechts eine Null an und dividire durch den Nenner, bleibt ein Rest, so hänge man diesem wieder eine Null an und setze die Division fort.

c) Ist der gegebene Bruch ein uneigentlicher oder unechter, so ziehe man zuerst die Ganze aus, mache rechts darneben ein Komma und verfahre mit dem Reste auf die vorige *) Weise.

So z. B.

*) Wie sub litt. b.

$$\frac{3}{4} = \frac{3\,.\,100}{4\,.\,100} = \frac{300}{400} = \frac{300:4}{400:4} = \frac{75}{100}\;{}^{*)} = 0{,}75$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5\,.\,1000}{8\,.\,1000} = \frac{5000}{8000} = \frac{5000:8}{8000:8} = \frac{625}{1000}\;{}^{**)} = 0{,}625$$

$$\frac{83}{16} = 5\frac{3}{16} = 5 + \frac{3\,.\,10000}{16\,.\,10000} = 5\frac{30000}{160000} = 5 + \frac{30000:16}{160000:16} = 5\frac{1875}{10000}{}^{***)} = 5{,}1875$$

Oder auf gewöhnliche Weise:

$\frac{3}{4} = 0{,}75$

30
:4
28
20
:4
20
Rest = 0

$\frac{5}{8} = 0{,}625$

50
:8
48
20
:8
16
40
:8
40
Rest = 0

$\frac{83}{16} = 5{,}1875$

80
30
:16
16
140
:16
128
120
:16
112
80
:16
80
Rest = 0

* Der Zähler wird durch Anhängung **einer** Null in Zehntel, von **zwei** Nullen in Hundertel, von **drei** Nullen in Tausendtel 2c. verwandelt.

So z. B. $\frac{1}{2} = \frac{10 \text{ Zehntel}}{2} = 5 \text{ Zehntel} = 0{,}5$

$\frac{3}{4} = \frac{300 \text{ Hundertel}}{4} = 75 \text{ Hundertel} = 0{,}75$

$\frac{5}{8} = \frac{5000 \text{ Tausendtel}}{8} = 625 \text{ Tausendtel} = 0{,}625$

§. 3.

Erklärung. Wenn man einen gemeinen Bruch in einen Decimal-Bruch verwandelt und die Division genau aufgeht, so ist der gefundene Decimal-Bruch nach aller Schärfe dem gemeinen Bruche gleich

---

*) Oder man multiplicirt Zähler und Nenner mit einer solchen Zahl, daß man im Nenner 1 mit angehängten Nullen erhält, hier mit 25; denn $4 \times 25 = 100$.

**) Oder $\frac{5 \times 125}{8 \times 125} = \frac{625}{1000}$

***) Oder $\frac{83}{16} = 5\frac{3 \times 625}{16 \times 625} = 5\frac{1875}{10000}$

und solche Decimal-Brüche werden endliche oder rationale *) Decimal-Brüche genannt.

So z. B. $\frac{7}{8} = 0{,}875$.

Anmerkung. Einen endlichen Decimal-Bruch erhält man jedesmal, wenn der Nenner des gemeinen Bruches 2, 4, 8, 16, 32, 64 ...., oder 5, 25, 125 ...., oder ein Produkt aus diesen Zahlen ist, nämlich wenn er keinen anderen Primfaktor **) als 2 und 5 enthält, weil diese die einzigen Primfaktoren der Zahl 10 sind.

§. 4.

Erklärung. Wenn man einen gemeinen Bruch in einen Decimal-Bruch verwandelt und die Division nicht genau aufgeht, sondern immerhin ein Rest bleibt, man mag die Division fortsetzen so oft als man will, so ist der gefundene Decimal-Bruch dem gemeinen Bruche nur annäherungsweise gleich, und solche Brüche werden unendliche oder irrationale Decimal-Brüche genannt.

So z. B. $\frac{5}{6} = 0{,}833333\ldots$

§. 5.

Erklärung. Wenn gleich bei einem unendlichen Decimal-Bruche die Division niemals aufgeht, so soll man sie doch so lange fortsetzen, bis zum zweiten Male ein und derselbe Rest erscheint, wornach sich die Decimal-Stellen in schon bekannter Ordnung wiederholen. Die Gruppe der sich wiederholenden Ziffern heißt Periode, daher unendliche Decimal-Brüche auch periodische ***) Decimal-Brüche genannt werden, und zwar vollständig †) periodisch, wenn die Periode gleich nach dem Komma anfängt, wenn also der Periode keine andere Zahlen voranstehen, oder unvollständig periodisch, wenn vor der Periode andere Zahlen stehen.

So z. B. geben $\frac{2}{3}, \frac{7}{11}, \frac{8}{27}$ rc. rc. vollständig periodische Decimal-Brüche; denn

---

*) Auch nennt man sie geschlossene oder vollständige Decimal-Brüche.

**) Ein Primfaktor oder Grundfaktor ist eine einfache Zahl, d. i. eine Zahl, welche nur 1 und sich selbst zu Faktoren hat. So z. B. $13 = 1 \times 13 = 13 \times 1$.

***) Oder wiederkehrende Decimal-Brüche. Außerdem unterscheidet man auch gemischte und ungemischte oder reine Decimal-Brüche.

†) Oder rein periodisch.

$\frac{2}{3} = 0,66\ldots$ *)

20
:3
18
20
:3
18
2 (Rest.)

$\frac{7}{11} = 0,6363\ldots$

70
:11
66
40
:11
33
7 (Rest.)

$\frac{8}{27} = 0,296296\ldots$

80
:27
54
260
:27
243
170
:27
162
8 (Rest.)

Ferner z. B. geben $\frac{1}{44}$, $\frac{5}{28}$, $\frac{153}{550}$ 2c. 2c. unvollständig **) periodische Decimal-Brüche; denn

$\frac{1}{44} = 0,02272727\ldots$ $\frac{5}{28} = 0,17857142857142\ldots$ $\frac{153}{550} = 0,278181\ldots$

Anmerkung 1. Von den Decimal-Stellen der auf diese Weise entstehenden periodischen Decimal-Brüche können nun so viele beibehalten werden, als es nur immer die Genauigkeit einer Rechnung erfordert; die übrigen hingegen können ohne merklichen Fehler gänzlich hinweggelassen werden. Um den Fehler noch kleiner zu machen, kann man die letzte beibehaltene Decimal-Ziffer um Eins (1) vermehren, wenn die nachfolgende Ziffer größer als 4 ist. ***)

So z. B. $\frac{1}{7} = 0,142857\ldots = 0,14286$ oder $0,143$

Anmerkung 2. Stößt man auf einen Decimal-Bruch, der ohne Ende fortläuft, ohne daß sich eine Periode zeigt, †) so bricht man an irgend einer Decimal-

---

*) Die hinter dem Quotienten angesetzten Punkte zeigen an, daß die Division nie aufgehe, daß also der Decimal-Bruch ein unendlicher sei. So z. B.

$2/3 = 0,66666\ldots$ in infinitum d. h. ins Unendliche

$7/11 = 0,636363\ldots$ in inf.

Es zeigt sich also schon in der Elementar-Arithmetik eine Annäherung ins Unendliche.

**) So vielmal als die Faktoren 2, 5 oder 10 im Nenner des gemeinen Bruches enthalten sind, eben so viel erhält der Decimal-Bruch Stellen, die nicht zur Periode gehören, sogenannte Vorziffern. Wenn übrigens die Periode mehrere Zifferstellen enthält, so wird sie gewöhnlich nicht wiederholt, sondern man deutet sie dadurch an, daß man die erste und letzte Ziffer der Periode oben punktirt.

So z. B. $1/7 = 0,\dot{1}4285\dot{7}$ statt $0,142857142857\ldots$

$9/26 = 0,3\dot{4}61538\dot{8}$ statt $0,3461538461538\ldots$

***) Dieses Verfahren heißt man einen Decimal-Bruch abrunden.

†) Dies ist nicht der Fall bei solchen unendlichen Decimal-Brüchen, die aus gemeinen Brüchen entstanden sind; denn die Anzahl der Stellen einer solchen Periode

Stelle ab, d. h. man rundet ihn ab. Ein solcher Decimal-Bruch ist die sogenannte Ludolphine (π), durch welche das Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie eines Kreises ausgedrückt wird, denn bei jedem Kreise verhält sich der Durchmesser (d) zur Peripherie (p) wie $1 : \pi$; es ist aber π (sprich: pi) = 3,1415926535.... von Vega bis auf 140 Stellen berechnet.

Anmerkung 3. Bei unendlichen Decimal-Brüchen reichen in den meisten bürgerlichen Rechnungsfällen 3 bis 4 Decimal-Stellen aus, weshalb man die folgenden Decimalen als zu geringfügig weglassen kann; denn z. B. 1 Tausendtel eines Schuhes oder eines Guldens ist schon für sehr gering zu achten.

§. 6.

Aufgabe. Einen Decimal-Bruch in einen gemeinen Bruch zu verwandeln.

Auflösung. Die Auflösung dieser Aufgabe zerfällt in drei Theile, weil 3 Fälle möglich sind; denn

a) entweder ist der gegebene Decimal-Bruch ein endlicher, oder
b) er ist ein vollständig periodischer, oder
c) er ist ein unvollständig periodischer.

Ad a) Ist der Decimal-Bruch ein endlicher, so lasse man das Komma weg, mache den Nenner sichtbar und verkleinere, wenn es angeht. *) So z. B.

$$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$
$$0{,}368 = \frac{368}{1000} = \frac{46}{125}$$
$$6{,}215 = 6 + \frac{215}{1000} = 6\frac{43}{200}$$

Ad b) Ist der Decimal-Bruch vollständig periodisch, so setze man die einfache Periode als Zähler und so viele Neuner (9....) als Nenner, als sie Zifferstellen hat.

So z. B.

$$0{,}333\ldots. = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$
$$0{,}3838\ldots. = \frac{38}{99}$$
$$0{,}247247\ldots. = \frac{247}{999}$$
$$0{,}0606\ldots. = \frac{6}{99} = \frac{2}{33}$$
$$15{,}078078 = 15\frac{78}{999} = 15\frac{26}{333}$$

---

kann die um 1 verminderte Anzahl der Einheiten des Nenners des gemeinen Bruches nie übersteigen. So z. B. $3/7 = 0{,}428571428571$ (die Periode hat nur 6 Stellen, weil der Nenner = 7).

*) Das Verkleinern geht an, wenn die letzte Stelle des Zählers eine gerade Zahl oder 5 ist.

Man kann zur Probe den gemeinen Bruch wieder umgekehrt in einen Decimal-Bruch verwandeln, nämlich:

$$\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$$

$$\frac{38}{99} = 0{,}3838\ldots$$

$$\frac{247}{999} = 0{,}247247\ldots$$

Anmerkung. Wenn man einen gemeinen Bruch, dessen Nenner aus 1, 2, 3, 4 oder mehr Neunern (9....) besteht, in einen Decimal-Bruch verwandelt, so ergibt sich, daß die Periode des dadurch erhaltenen Decimal-Bruches eben so viele Stellen enthält, als der Nenner des gegebenen Bruches Neuner hat, woraus umgekehrt folgt, daß ein vollständig periodischer Decimal-Bruch einem gemeinen Bruche gleich ist, dessen Zähler die Periode selbst ist und dessen Nenner aus eben so viel Neunern besteht, als die Periode Stellen hat.

Ad c) Ist der Decimal-Bruch unvollständig periodisch, so verfahre man also:

α) Man rücke das Komma an die Periode und verwandle die Periode (wie vorher sub b) in einen gemeinen Bruch.

β) Man verwandle die durch Verrückung des Komma erhaltenen Ganze und den gemeinen Bruch in einen unechten Bruch. *)

γ) Endlich werden im Nenner so viele Nullen rechts angehängt, als um viel Stellen das Komma verrückt **) worden ist.

So z. B.

$$0{,}3575757\ldots\ \left(3{,}57 = 3\tfrac{57}{99} = \tfrac{354}{99}\right) = \frac{354}{990} = \frac{59}{165}$$

$$0{,}78436436\ldots\ \left(78{,}436 = 78\tfrac{436}{999}\right) = \frac{78358}{99900} = \frac{39179}{49950}$$

$$0{,}763888\ldots\ \left(763{,}8 = 763\tfrac{8}{9} = \tfrac{6875}{9}\right) = \frac{6875}{9000} = \frac{55}{72}$$

$$3{,}7666\ldots\ \left(37{,}6 = 37\tfrac{6}{9} = \tfrac{113}{3}\right) = \frac{113}{30} = 3\frac{23}{30}$$

Man kann zur Probe den erhaltenen gemeinen Bruch wieder umgekehrt in einen Decimal-Bruch verwandeln.

---

*) Oder es wird der gemischte Bruch eingerichtet.

**) Weil dadurch Zähler und Nenner mit der nämlichen Zahl multiplicirt werden; denn verrückt man bei einem Decimal-Bruche das Komma von der Linken zur Rechten um 1 Stelle, so wird dadurch der Decimal-Bruch mit 10 multiplicirt; verrückt man das Komma nach dieser Seite hin um zwei Stellen, so wird der Decimal-Bruch mit 100 multiplicirt rc.

So z. B. $0{,}3575757\ldots = \frac{3{,}57}{10} = \frac{3}{10} + \frac{57}{990} = \frac{354}{990} = \frac{59}{165}$

§. 7.

Uebungsbeispiele.

I. Verwandlung gemeiner Brüche in Decimal-Brüche.

a) Theoretische Beispiele.

1) $\frac{4}{5} = 0{,}8$.
2) $\frac{5}{6} = 0{,}8333\ldots$
3) $\frac{7}{8} = 0{,}875$.
4) $\frac{5}{7} = 0{,}\dot{7}1428\dot{5}$.
5) $\frac{8}{9} = 0{,}888\ldots$
6) $\frac{1}{11} = 0{,}090909\ldots$
7) $\frac{2}{13} = 0{,}\dot{1}5384\dot{6}$.
8) $\frac{3}{19} = 0{,}\dot{1}5789473684210526\dot{3}$.
9) $\frac{4}{25} = 0{,}16$.
10) $\frac{5}{36} = 0{,}13888$.
11) $\frac{15}{16} = 0{,}9375$.
12) $\frac{13}{27} = 0{,}481481\ldots$
13) $\frac{19}{32} = 0{,}59375$.
14) $\frac{1}{42} = 0{,}0\dot{2}3809\dot{5}$.
15) $\frac{29}{64} = 0{,}453125$.
16) $\frac{23}{60} = 0{,}38333\ldots$
17) $\frac{7}{40} = 0{,}175$.
18) $\frac{1}{26} = 0{,}0\dot{3}8461\dot{5}$.
19) $\frac{7}{800} = 0{,}00875$.
20) $708\frac{8}{35} = 708{,}2\dot{2}8571\dot{4}$.
21) $365\frac{7}{128} = 365{,}0546875$.
22) $101\frac{19}{1365} = 101{,}0\dot{1}3919\dot{4}$.
23) $15\frac{372}{1250} = 15{,}2976$.
24) $28\frac{17}{41} = 28{,}\dot{4}146\dot{3}$.
25) $\frac{41}{43} = 0{,}\dot{9}5348837209302325581\dot{3}$.

Anmerkung. Will man gemeine Brüche ihrem Werthe nach mit einander vergleichen, so kann dies am leichtesten geschehen, wenn sie in Decimal-Brüche verwandelt werden; denn $\frac{5}{6} = 0{,}8333\ldots$ und $\frac{7}{9} = 0{,}7777\ldots$, also $\frac{5}{6} > \frac{7}{9}$.

b) Praktische Beispiele.

26) Wie viel Decimal-Zoll *) sind $\frac{3}{8}$ Fuß?
Antw. 3,75 Zoll; denn $\frac{3}{8}$ Fuß $= 0{,}375$ Fuß $= 0' \; 3'' \; 7''' \; 5''''$.

27) Wie viel Fuß, Zoll ꝛc. geben $\frac{9}{16}$ Ruthen in Decimalen ausgedrückt?
Antw. $\frac{9}{16}$ Rth. $= 0{,}5625$ Rth. $= 0^0 \; 5' \; 6'' \; 2''' \; 5''''$.

28) Was ist der 12te Theil von 5 Ruthen in Decimalen ausgedrückt?
Antw. $\frac{5}{12}$ Rth. $= 0{,}41666\ldots^0 = 0^0 \; 4' \; 1'' \; 6''' \; 6{,}666\ldots''''$.

---

*) Die Eintheilung der Längenmaße ist zu finden auf Seite 21 des Werkchens: Systematische Zusammenstellung der vorzüglichsten europäischen Maße, Gewichte und Münzen ꝛc. von Leopold Einsle. Kempten bei Kösel 1846. Preis 36 kr. Dieses Werkchen, auf welches ich öfters hinweisen werde, wurde durch Rescript des königl. bayer. Ministeriums des Innern für Kirchen- und Schulangelegenheiten (vom 22. Dezbr. 1847 sub Nr. 9472) allen wissenschaftlichen und technischen Lehranstalten des Königreichs Bayern zum Ankaufe empfohlen.

29) Wie viel Quadrat-Zoll *) Decimal-Maß geben $^7/_{16}$ □′?

Antw. 43,75 Quadrat-Zoll; denn $^7/_{16}$ □′ = 0,4375 □′ = 0 □′ 43 □″ 75 □‴.

* Hier werden immer 2 Stellen abgeschnitten, weil 100 □‴ = 1 □″, 100 □″ = 1 □′.

30) Wie viel Quadrat-Fuß, Quadrat-Zoll ꝛc. geben $^{23}/_{64}$ Quadrat-Ruthen in Decimalen ausgedrückt?

Antw. $^{23}/_{64}$ $□^0$ = 0,359375 $□^0$ = 0 $□^0$ 35 □′ 93 □″ 75 □‴.

31) Was ist der 24zigste Theil von 17 Quadrat-Ruthen in Decimalen ausgedrückt?

Antw. $^{17}/_{24}$ $□^0$ = 0,708333.... $□^0$ = 0 $□^0$ 70 □′ 83 □″ 33 □‴.

32) Wie viel Kubik-Zoll **) Decimal-Maß geben $^{29}/_{32}$ Kubik-Fuß?

Antw. 906,25 c″; denn $^{29}/_{32}$ c′ = 0,90625 c′ = 0 c′ 906 c″ 250 c‴.

* Hier werden immer 3 Stellen abgeschnitten, weil 1000 c‴ = 1 c″, 1000 c″ = 1 c′.

33) Wie viel Kubik-Fuß, Kubik-Zoll ꝛc. geben $^{317}/_{25600}$ Kubik-Ruthen in Decimalen ausgedrückt?

Antw. $^{317}/_{25600}$ c^0 = 0,0135546875 c^0 = 0 c^0 013 c′ 554 c″ 687 c‴ 500 c⁗.

34) Was ist der 36sigste Theil von 23 Kubikruthen?

Antw. $^{23}/_{36}$ c^0 = 0,63888.... c^0 = 0 c^0 638 c′ 888 c″ 888 c‴ 888 c⁗.

35) Was sind $108^{29}/_{30}$ Eimer Flüssigkeit als Decimal-Bruch?

Antw. 108,9666.... Eimer.

36) Welchen Decimal-Bruch geben $30^{25}/_{48}9$ Schäffel Getreid?

Antw. 309,5208333.... Schäffel.

37) Was ist der 15te Theil von 7 Centnern als Decimal-Bruch ausgedrückt?

Antw. $^7/_{15}$ Ctr. = 0,4666.... Ctr.

38) Welchen Decimal-Bruch geben $8^{17}/_{125}$ Rieß Papier?

Antw. 8,136 Rieß.

---

*) Quadrat-Zoll ist ein reguläres Viereck von 1 Zoll Länge und 1 Zoll Breite, oder ein reguläres Viereck, wovon jede Seite 1 Zoll lang ist. Mehr hierüber in Einsle's Maß-Zusammenstellung auf Seite 48.

**) Kubik-Zoll ist ein Würfel (Kubus) von 1 Zoll Länge, 1 Zoll Breite und 1 Zoll Höhe, oder ein Würfel, wovon jede Seite (Kante) 1 Zoll lang ist. Mehr hierüber in Einsle's Maß-Zusammenstellung auf Seite 57.

39) Man gebe bis auf 5 Decimal-Stellen an, wie viel Dutzend 7 Stück ausmachen?

Antw. $\frac{7}{12} = 0{,}58333\ldots$ Dutzend.

40) Die Dauer des siderischen *) Sonnenjahrs ist = 365 Tag, 6 Stund, 9 Minuten und 11 Secunden; wie viel sind dieß Tage als Decimal-Bruch bis auf 5 Stellen?

Antw. 365,25638 Tag.

41) Man gebe bis auf 5 Decimal-Stellen an, wie viel Gulden 41 kr. ausmachen?

Antw. $\frac{41}{60} = 0{,}68333\ldots$ fl.

42) Wenn der Gulden 60 Kreuzer und der Kreuzer 8 Häller **) hat, wie wird der Kreuzer und der Häller als Decimal-Bruch eines Guldens ausgedrückt werden können?

Antw. 1 Kreuzer $= \frac{1}{60} = 0{,}01666\ldots$ fl.
1 Häller $= \frac{1}{480} = 0{,}00208333\ldots$ fl.

43) Wenn die Ruthe 16 Fuß, ***) der Fuß 12 Zoll und der Zoll 12 Linien hat; wie wird der Fuß, der Zoll und die Linien als Decimal-Bruch der Ruthe ausgedrückt werden können?

Antw. 1 Fuß $= \frac{1}{16} = 0{,}0625$ Ruthe.
1 Zoll $= \frac{1}{192} = 0{,}005208333\ldots$ Ruthe.
1 Linie $= \frac{1}{2304} = 0{,}00043402777\ldots$ Ruthe.

44) Wenn der Schäffel 6 Metzen, der Metzen 4 Vierling, der Vierling 4 Sechzehntel und das Sechzehntel 2 Dreißiger hat; wie kann man den Metzen, den Vierling, das Sechzehntel und den Dreißiger als Decimal-Bruch des Schäffels ausdrücken?

Antw. 1 Metzen $= \frac{1}{6} = 0{,}1666\ldots$ Schäffel.
1 Vierling $= \frac{1}{24} = 0{,}041666\ldots$ Schäffel.
1 Sechzehntel $= \frac{1}{96} = 0{,}01041666\ldots$ Schäffel.
1 Dreißiger $= \frac{1}{192} = 0{,}005208333\ldots$ Schäffel.

45) Wenn der Centner 100 Pfund, das Pfund 32 Loth und das Loth 4 Quint hat; wie kann das Pfund, das Loth und das Quint als Decimal-Bruch des Centners ausgedrückt werden?

---

*) Ueber siderisches Sonnenjahr siehe Einsle's Maß-Zusammenstellung auf S. 132.

**) Oder Heller.

***) Die alte (reichstädt'sche) Nürnberger Ruthe hatte 16 Fuß und ein solcher Fuß war = 134,67 Pariser Linien.

Ueber den alten Pariser Fuß, der gleichsam das Normal-Maß für alle europäischen Längenmaße ist, siehe Einsle's Maß-Zusammenstellung auf S. 21.

Antw. 1 ℔ = $1/_{100}$ = 0,01 Ctr.
1 Lth. = $1/_{3200}$ = 0,0003125 Ctr.
1 Quint = $1/_{12800}$ = 0,000078125 Ctr.

46) Wenn der (preußische) Thaler 30 Silbergroschen und 1 Silbergroschen 12 Pfennig hat, wie wird der Silbergroschen und der Pfennig als Decimal-Bruch des Thalers ausgedrückt werden können?

Antw. 1 Sgr. = $1/_{30}$ = 0,033333.... Thlr.
1 Pfennig = $1/_{360}$ = 0,002777.... Thlr.

47) Wie lassen sich 3 fl. 48 kr. 7 hl. als Decimal-Bruch eines Guldens ausdrücken?

Antw. 3,81458333....fl.

48) Wenn die Ruthe 12 Fuß, der Fuß 12 Zoll, der Zoll 12 Linien hat; wie werden sich 25^0 7′ 8″ 9‴ als Decimal-Bruch der Ruthe, des Fußes, des Zolles und der Linie ausdrücken lassen?

Antw. 25^0 7′ 8″ 9‴ = 25,644097222.... Ruthen.
= 307,72916666.... Fuß.
= 3692,75 Zoll.
= 44313,00.... Linien.

49) Irgend ein Grundstück hält 32844 bayer. Quadrat-Fuß; wie lassen sich diese als Decimal-Bruch des bayer. Tagwerks *) ausdrücken?

Antw. 32844 bayer. □′ = 0,8211 bayer. Tagw.

50) Wenn 1 kölnische **) Mark 16 Loth, 1 Loth 4 Quentchen, 1 Quentchen 4 Pfennig und ein Pfennig 256 Richtpfennigtheilchen hat; wie kann das Loth, das Quentchen, der Pfennig und das Richtpfennigtheilchen als Decimal-Bruch der Mark ausgedrückt werden?

Antw. 1 Loth = $1/_{16}$ = 0,0625 Mark.
1 Quentchen = $1/_{64}$ = 0,015625 Mark.
1 Pfennig = $1/_{256}$ = 0,00390625 Mark.
1 Richtpfennigth. = $1/_{65536}$ = 0,0000152587890625 M.

II. Verwandlung der Decimal-Brüche in gemeine Brüche.

51) 0,875 = $7/_{8}$. 52) 0,1875 = $3/_{16}$.
53) 0,40625 = $13/_{32}$. 54) 0,1905 = $381/_{2000}$.

---

*) Ueber die Größe des bayerischen Tagwerks siehe Einsle's Maß-Zusammenstellung auf Seite 48 und 49.

**) Ueber Markgewichte und insbesondere über die kölnische Mark siehe ebendaselbst Seite 90—95.

55) $0{,}152 = {}^{19}/_{125}$.
56) $0{,}0006875 = {}^{11}/_{16000}$.
57) $0{,}148148\ldots$ *) $= {}^{4}/_{27}$.
58) $0{,}216216\ldots$ **) $= {}^{8}/_{37}$.
59) $0{,}\dot{7}\dot{5} = {}^{25}/_{33}$.
60) $6{,}\dot{0}29\dot{7} = 6\,{}^{3}/_{101}$.
61) $0{,}\dot{6}1538\dot{4} = {}^{8}/_{13}$.
62) $48{,}\dot{8}5714\dot{2} = 48\,{}^{6}/_{7}$.
63) $0{,}2\dot{5}\dot{4} = {}^{14}/_{55}$.
64) $0{,}1\dot{1}9047\dot{6} = {}^{5}/_{42}$.
65) $0{,}68\dot{3} = {}^{41}/_{60}$.
66) $0{,}1041\dot{6} = {}^{5}/_{48}$.
67) $25{,}27\dot{8}\dot{1} = 25\,{}^{153}/_{550}$.
68) $0{,}005\dot{6} = {}^{17}/_{3000}$.
69) $38{,}001\dot{9} = 38\,{}^{1}/_{500}$.
70) $66{,}3\dot{4}6153\dot{8} = 66\,{}^{9}/_{26}$.
71) $0{,}0009375 = {}^{3}/_{3200}$.
72) $1{,}000546875 = 1\,{}^{7}/_{12800}$.
73) $2{,}\dot{1}663\dot{2} = 2\,{}^{1848}/_{11111}$.
74) $17{,}000\dot{6}9\dot{3} = 17\,{}^{77}/_{111000}$.
75) $70{,}123\dot{1}3\dot{5} = 70\,{}^{1139}/_{9250}$.

* Die jetzt gewöhnliche Art Zahlen zu schreiben und mit ihnen zu rechnen war den alten Griechen und Römern völlig unbekannt. Der Ursprung der gegenwärtigen Zahlenschrift ist in (Ost-) Indien ***) zu suchen; von den Indiern kam sie auf die Araber und durch diese nach Europa (Spanien), weßhalb wir unsere Zahlzeichen **arabische** Ziffern nennen, obgleich sie ihren Urbildern gar nicht mehr ähnlich sehen. Im Jahre 999 hat diese Zahlenschrift **Gerbert** †), der nachmalige Pabst Silvester II., kennen gelernt und diese Kenntniß bekannt gegeben; allein es dauerte doch wieder Jahrhunderte, bis sie Gemeingut auch der minder Gebildeten wurde; denn noch im 16. Jahrhunderte pflegte man die Rechnungen mit Rechenpfennigen auf Linien und Rechenbrettern ††) (nach Art der Römer) auszuführen.

Am Ende des 16ten Jahrhunderts wurde endlich wieder ein Schritt weiter gemacht, man setzte nämlich das Zahlensystem über die Einer hinaus fort. Dieß geschah in Deutschland durch Michael **Stifel**, in den Niederlanden durch Simon **Stevin** und in Italien durch **Bombelli**.

---

*) Oder kürzer: $0{,}\dot{1}4\dot{8} = {}^{4}/_{27}$.

**) Oder nach bekannter Abkürzung: $0{,}\dot{2}1\dot{6} = {}^{8}/_{37}$.

***) Das mathematische Werk von Bhascora Acharya, betitelt: Lilawati, aus dem Sanscrit 1816 von dem Engländer John Taylor übersetzt, welches 1150 geschrieben ist, enthält dem Wesentlichen nach das jetzt in Europa gebräuchliche Zahlensystem, so daß also dieses schwerlich eines anderen als **indischen** Ursprunges sein kann. Auch Alexander v. Humboldt fand in den noch vorhandenen verschiedenen **schriftlichen** Denkmalen Indiens Zahlenschriften nach den verschiedenen Perioden der Verbesserung, aus welchen hervorgeht, wie lange es immer gebraucht hat, bis man immer um einen Schritt vorwärts kam.

†) Dieser Gerbert war Bischof zu Rheims und wurde wegen seiner Kenntnisse in der Mathematik und Naturkunde von der übrigen Geistlichkeit der Zauberei verdächtig gemacht und vertrieben, weßhalb er sich zu den Arabern nach Spanien flüchtete, wo er die arabischen Ziffern kennen lernte, welche Kenntniß er alsdann in Frankreich, Italien und Deutschland verbreitete. Gerbert, als Pabst Silvester II. genannt, starb 1003.

††) Jetzt noch kennen wenige Bauern in Rußland ein anderes Rechnungsmittel.

Die alten Römer nahmen zum Zähl-Apparate die Hände, daher ist das römische Zahlzeichen für fünf (V) die ausgespannte Hand; das Zeichen X ist nichts anderes als die Verdoppelung von V, das eine in aufrechter und das andere in verkehrter Stellung $\left(\begin{smallmatrix}V\\ \Lambda\end{smallmatrix}\right)$; das Zeichen fünfzig (L) ist die Hand in einer anderen Stellung. Diese immerwährende Rücksichtsnahme bei den römischen Zahlzeichen auf 5, 50, 500 ist wohl die einzige Ursache, warum nicht schon die alten Römer auf unser gegenwärtiges Zahlensystem (und dadurch auf die Grundlage der Rechnung mit Decimal-Brüchen) gekommen sind.

---

§. 8.

Addition der Decimal-Brüche.

Aufgabe: Decimal-Bruche zu addiren. *)

Auflösung: Decimal-Brüche werden nach folgenden Regeln addirt:

---

*) Der Lehrer wird gut thun, wenn er die hieher gehörigen Erklärungen und Grundsätze kurz wiederholt.

A) Erklärungen: a) Addiren oder summiren heißt eine Zahl finden, welche mehreren gegebenen zusammengenommen gleich ist.

b) Die Zahlen, welche addirt werden sollen, heißt man Summanden, auch Posten oder Aggreganden.

c) Die gefundene Zahl heißt Summe, auch das Ganze, der Betrag, das Facit, das Collect, das Aggregat oder Congregat.

Das Zeichen der Addition ist ein stehendes Kreuz (+) und wird gelesen durch plus d. h. mehr; gewöhnlich wird es auch durch und gelesen.

So z. B. $\left\{\begin{matrix}\text{Summanden} & \text{Summe}\\ 8 + 5 = & 13\end{matrix}\right\}$ d. h. 8 plus 5 ist gleich 13.

B) Grundsätze und zwar a) allgemeine Grundsätze d. h. solche Grundsätze, welche in allen Theilen der Mathematik ihre Anwendung finden, als:

1) Jede Größe ist sich selbst gleich.
2) Das Ganze ist allen seinen Theilen zusammengenommen gleich.
3) Wenn zwei Größen einer dritten gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich.
4) Gleiches auf gleiche Weise verändert gibt Gleiches.
5) Gleiches kann für Gleiches gesetzt (substituirt) werden.

b) Specielle (besondere) Grundsätze, nämlich hier Grundsätze der Addition, als:

1) Es kann nur Gleichartiges zu Gleichartigem addirt werden.
2) Gleiches zu Gleichem addirt gibt Gleiches.

Der erste dieser beiden Grundsätze enthält das Grundgesetz für alle Addition.

a) Sollen mehrere Decimal-Brüche, die alle gleichviel Decimal-Stellen haben, addirt werden, so ist die Addition durchaus nicht verschieden von der ganzer Zahlen.

b) Sollen mehrere Decimal-Brüche, die nicht gleichviel Decimal-Stellen haben, addirt werden, so werden jedem durch rechts angehängte Nullen so viel Decimal-Stellen gegeben, als derjenige Bruch hat, bei welchem die meisten vorkommen, wornach sie wie ganze Zahlen addirt werden.

Oder man kann vorstehende zwei Additionsregeln in eine einzige zusammenfassen und in Kürze also geben:

Man schreibe die Decimal-Brüche so unter einander, daß die Kommata *) genau unter einander zu stehen kommen und addire wie bei ganzen Zahlen.

Zusatz. Sollen gemeine Brüche und Decimal-Brüche addirt werden, so müssen entweder die gemeinen Brüche in Decimal-Brüche oder umgekehrt diese in jene verwandelt werden.

Erläuterungsbeispiele ad a)

0,438	Summanden	8,6462	Summanden
0,217		0,9107	
0,069		3,0089	
0,805		0,0765	
1,529	Summe	12,6423	Summe

Die Summe der Zehntel ist $= {}^{15}/_{10}$ oder 1 Ganzes 5 Zehntel, wovon ersteres in die Kolonne (Reihe) der Ganzen gesetzt wird.

Die Summe der Zehntel ist $= {}^{16}/_{10}$ oder 1 Ganzes 6 Zehntel, wovon ersteres zu den übrigen Ganzen gezählt wird.

Erläuterungsbeispiel ad b)

5,43200	oder	5,432..	oder	5,432
0,15000		0,15...		0,15
17,89760		17,8976.		17,8976
0,00287		0,00287		0,00287
9,06000		9,06...		9,06
2,00000		2,.....		2
16,09807		16,09807		16,09807
50,64054		50,64054		50,64054

Kommt man beim Addiren an das Komma, so schreibt man es auch in der Summe an.

---

*) Komma vom griechischen κόμμα hat im Plural (in der Mehrheit) κόμματα.

§. 9.

Uebungsbeispiele.

a) Theoretische Beispiele.

76) 0,568 + 0,479 = 1,047. 77) 0,007 + 0,256 = 0,263.
78) 0,00048 + 6,583 = 6,58348. 79) 5,0097 + 4,464 = 9,4737.
80) 8,26 + 37,00075 = 45,26075.
81) 108,405 + 6,0000904 = 114,4050904.
82) 4,723 + 0,8 + 16,026 + 3,19 = 24,739.
83) 0,80067 + 5,343 + 2,007846 = 8,151516.
84) 17,03245 + 178,463 + 0,000666.... = 195,496116.
85) 81,534 + 7,83 + 53,74333.... + 8,005 = 151,11233.
86) 0,5436 + 0,15386 + 7,35 + 13,000999.... = 21,048459.
87) 6,08 + 41,0738 + 0,6705 + 0,00009 + 12 = 59,82439.
88) 25,806 + 2134,7 + 78,6820666.... + 0,86 + 58 = 2298,0480666.
89) 6,75 + 43,008 + 786,000564 + 0,05376 + 0,00025 = 835,812574.
90) 130,76489 + 70,58999.... + 9,6 + 4 + 151,00604 = 365,96092.
91) $\frac{5}{6} + 0{,}75 + \frac{5}{8} = 2\frac{5}{24} = 2{,}208333\ldots$
92) $0{,}125 + \frac{7}{16} + 3{,}90625 = 4\frac{15}{32} = 4{,}46875.$
93) $\frac{5}{9} + 0{,}85 + 7\frac{1}{6} = 8\frac{103}{180} = 8{,}57222\ldots$
94) $8{,}25 + 13{,}066\ldots + \frac{16}{25} = 21{,}956.$
95) $\frac{13}{15} + 0{,}548 + \frac{9}{16} + 45{,}96 = 47{,}93716.$

b) Praktische Beispiele.

96) Eine gerade Linie *) ist in drei Abtheilungen gemessen worden, wovon die erste Abtheilung oder

---

*) Linie ist eine Ausdehnung in die Länge ohne Breite und Dicke, oder wenn man an dem Raume blos die Dimension (Ausdehnung) der Länge betrachtet, so hat man die Vorstellung von einer Linie. Eine solche Linie ist eine mathematische oder geometrische Linie, existirt nur im Vorstellungsvermögen unsers Verstandes und kann deßhalb durch Zeichnung nur in so ferne versinnlicht werden, daß sie (die Zeichnung) anzeigt, wo eine geometrische Linie gedacht werden müsse und was für eine Richtung sie habe. Die Gränzen der Linien sind Punkte, deßhalb besteht aber die Linie nicht aus Punkten oder sie ist nicht aus Punkten zusammengesetzt; denn die Punkte, welche die Gränze einer Linie bilden, sind nicht Theile, sondern nur das Aufhören derselben.

Man kann die Linie auch entstanden denken aus der fortschreitenden Bewegung eines Punktes oder man kann sie betrachten als die Spur, welche ein bewegter Punkt zurückgelassen hat. Eine solche (mathematische) Linie kann man sich versinnlichen durch die feinen Fädchen einer Spinne; je feiner so ein Spinn-

a = 8° 5′ 8″ 7‴ ⎫
b = 11 7 9 3 ⎬ Decimal-Maß enthält;
c = 13 8 6 4 ⎭

wie lang ist die ganze Linie?

Antw. 34° 2′ 4″ 4‴.

* Linien können nur gemessen werden mit Linien von bestimmter Länge; solche sind der Fuß, die Ruthe, die Meile ꝛc., daher heißt das Maß, womit Längen oder Linien gemessen werden Längenmaß, *) und die Grundeinheit aller Längenmaße in den meisten Staaten ist der Fuß oder Schuh, in Frankreich der Mètre (sprich: Met'r).

97) Die Grundfläche **) eines Hauses besteht aus drei Abtheilungen, wovon die erste Abtheilung oder

a) 2426□′ 93□″ 45□‴ ⎫
b) 2730 48 50 ⎬ Decimal-Maß enthält;
c) 3848 25 08 ⎭

wie groß ist die ganze Grundfläche?

Antw. 9005□′ 67□″ 03□‴.

---

fädchen ist, desto näher kömmt es der mathematischen Linie. Durch Zeichnung wird eine Linie versinnlicht in Figur 1, wo AB eine gerade Linie vorstellt.

Linien, welche in allen ihren Punkten gleichweit von einander abstehen, heißen Parallel-Linien oder Parallelen. Durch Zeichnung werden zwei parallele (gleichlaufende) Linien versinnlicht in Figur 2, wo AB ♯ CD d. h. AB ist parallel mit CD.

*) Mehr hierüber findet sich in Einsle's Maß-Zusammenstellung auf S. 21—47.

**) Fläche ist eine Ausdehnung in die Länge und Breite ohne Dicke, oder wenn man an dem Raume blos die Dimension der Länge und Breite betrachtet, so hat man die Vorstellung von einer Fläche. Eine solche Fläche ist eine mathematische oder geometrische Fläche, existirt nur im Vorstellungsvermögen unseres Verstandes und kann deßhab durch Zeichnung nur in so ferne versinnlicht werden, daß sie (die Zeichnung) anzeigt, wo eine geometrische Fläche gedacht werden müsse und was diese für eine Gestalt (Begränzung) habe. Die Gränzen der Flächen sind Linien, deßhalb besteht aber die Fläche nicht aus Linien oder sie ist nicht aus Linien zusammengesetzt; denn die Linien, welche die Gränzen einer Fläche bilden, sind nicht Theile, sondern nur das Aufhören derselben.

Man kann die Fläche auch entstanden denken aus der fortschreitenden (aber nicht verlängerten) Bewegung einer Linie, oder man kann sie betrachten als die Spur, welche eine bewegte Linie zurückgelassen hat. Eine solche Fläche kann man sich versinnlichen durch die Außenseite eines fein polirten Spiegels, oder durch die oberste Schichte eines ruhig stehenden Wassers. Durch Zeichnung wird eine Fläche versinnlicht in Fig. 6.

* Flächen können nur gemessen werden mit Flächen von bestimmter Größe; solche sind der Quadrat-Fuß, die Quadrat-Ruthe, die Quadrat-Meile ꝛc. daher heißt das Maß, womit Flächen gemessen werden, Flächenmaß, *) und der Inhalt der gemessenen Flächen wird Flächeninhalt genannt; da aber das Maß einer zu messenden Fläche gewöhnlich ein Quadrat ist, so heißt der Flächeninhalt auch Quadrat-Inhalt.

98) Von drei Baustämmen enthält der eine oder

a) 166 c′ 790 c″ 286 c‴ }
b) 202 605 097 } Decimal-Maß;
c) 191 078 008 }

welchen Kubik-Inhalt haben alle drei zusammen?

Antw. 560 c′ 473 c″ 391 c‴.

* Körper **) können nur gemessen werden mit Körpern von bestimmter Größe; solche sind der Kubik-Fuß, die Kubik-Ruthe, die Kubik-Meile ꝛc., daher heißt das Maß, womit Körper gemessen werden, Körpermaß ***), und der Inhalt der gemessenen Körper wird Raum-Inhalt oder körperlicher Inhalt genannt. Da aber das Maß eines zu messenden Körper gewöhnlich ein Kubus (Würfel) ist, so heißt der körperliche Inhalt auch Kubik-Inhalt.

99) In Karlsruh läßt ein Weinhändler drei neue Fässer machen. Diese werden abgeeicht †) und es enthält das eine oder

*) Mehr hierüber findet sich in Einsle's Maß-Zusammenstellung auf S. 48—57.

**) Ein nach allen Seiten begränzter Raum heißt Körper, oder wenn man an dem Raume alle drei Dimensionen, Länge, Breite und Höhe (Dicke) betrachtet, so hat man die Vorstellung von einem Körper. Ein solcher Körper ist ein mathematischer oder geometrischer Körper und unterscheidet sich wesentlich von dem physischen Körper; denn ein mathematischer Körper setzt die Stetigkeit der Ausdehnung (den ununterbrochenen Zusammenhang) in allen seinen Theilen voraus, während die physischen Körper voll kleiner Zwischenräume sind, die man bei einigen schon mit freien Augen wie z. B. bei Schwämmen, beim Tufstein ꝛc., bei anderen hingegen durch Vergrößerungsgläser wahrnehmen kann. Es heißen also die Körper wie sie sind, physische, und die Körper wie sie sein sollen, um richtig gemessen werden zu können, mathematische Körper. Die Gränzen der Körper sind Flächen (ebene oder krumme), deßhalb besteht aber ein Körper nicht aus Flächen oder er ist nicht aus Flächen zusammengesetzt; denn die Flächen, welche die Gränzen eines Körpers bilden, sind nicht Theile, sondern nur das Aufhören desselben.

***) Mehr hierüber findet sich in Einsle's Maß-Zusammenstellung auf S. 57—67.

†) Anleitung zum Abeichen = Abgleichen der gesetzlichen Maße, Gewichte und Wagen findet man in dem Werke: Maß- und Gewichts-System von Friedr. Wilh. Grimm. Darmstadt, 1840.

A.	2 Fuder	6 Ohm	8 Stützen	7 Maß	4 Glas	badisches *) Gemäß;
B.	3 „	9 „	5 „	8 „	3 „	
C.	1 „	4 „	3 „	6 „	2 „	

wie viel Wein darf er kaufen, um diese Fässer zu füllen?

Antw. 8 Fuder 0 Ohm 8 Stützen 1 Maß 9 Glas oder 8,0819 Fuder = 80,819 Ohm = 808,19 Stützen = 8081,9 Maß = 80819 Glas.

100) In Constanz kauft ein Getreidhändler drei Partien Weizen **) und zwar die eine oder

A.	zu 60 Zuber	8 Malter	6 Sester	5 Meßlein	9 Becher	bad. †) Gemäß;
B.	48 „	9 „	5 „	7 „	2 „	
C.	36 „	5 „	4 „	6 „	8 „	

wie viel Weizen kauft er im Ganzen?

---

*) Im Großherzogthum Baden ist die höchste Einheit der Flüssigkeitsmaße das Fuder à 10 Ohm à 10 Stützen à 10 Maß à 10 Gläser, so daß also 1 Fuder = 10000 Gläser. Mehr hierüber auf Seite 71 und 72 meiner Maßzusammenstellung.

**) Die Kennzeichen eines guten Weizens sind sehr verschieden und richten sich gewöhnlich nach dem Boden, in welchem er gewachsen ist; die bekanntesten Kennzeichen jedoch sind folgende:

1) Wenn der Weizen eine hinlängliche und eine seiner Art angemessene Schwere hat (der bayer. Schäffel circa 300 Pfd. bayer.), so hält man ihn für gut und mehlhaltig.

2) Wenn man, indem verschiedene Körner mit einem Messer nach der Quere durchschnitten werden, findet, daß die Schale überall an dem Mehlkörper anliegt, und dieser eine gleichmäße weiße Farbe hat, so ist er ebenfalls gut und reichhaltig; zeigen sich aber blaue und hornartige Flecken an demselben, so gibt er nur wenig und zudem auch schlechtes Mehl.

3) Der äußern Beschaffenheit nach hält man den braunen Weizen für gut und mehlhaltig, wenn er eine schöne, hell glänzende Schale hat, ganz kurz, von eirunder Gestalt und an dem spitzen Ende nicht haarig ist.

4) Bei dem sogenannten blaßgelben Weizen müssen die Körner ebenfalls ein schönes hellglänzendes Aeußere haben, und in Haufen liegend etwas wolkig aussehen.

5) An altem Weizen, der schon mehrere Jahre auf dem Boden gelegen hat, erkennt man die Güte daran, daß, wenn man etwas davon rein wäscht und langsam wieder trocknen läßt, hiedurch seine natürliche Farbe unverändert wieder hervortritt und der Glanz, den der Weizen in seinem frischen Zustande hatte, woraus man mit Sicherheit schließen kann, daß ein solcher Weizen noch unverdorben sei.

†) Mehr hierüber auf Seite 79 und 80 meiner Maßzusammenstellung.

Antw. 146 Zuber 3 Malter 6 Sester 9 Meßlein 9 Becher oder 146,3699 Zuber = 1463,699 Malter = 14636,99 Sester = 146369,9 Meßlein = 1463699 Becher.

101) Ein Materialist zu Freiburg in Breisgau erhält drei Sendungen Waare. Diese werden aufs genaueste gewogen und es wiegt die eine oder

A.	2 Ctr.	7 Stein	8 ℔.	6 Zehling	7 Ctß.	5 Dekaß	9 Aß	bad. *) Gewicht;
B.	1 „	6 „	3 „	8 „	9 „	3 „	7 „	
C.	3 „	2 „	0 „	7 „	5 „	4 „	8 „	

wie viel machen diese Gewichtstheile zusammen?

Antw. 7 Ctr. 6 Stein 3 ℔. 3 Zehling 2 Centaß 4 Dekaß 4 Aß oder 7,633244 Ctr. = 76,33244 Stein = 763,3244 ℔. = 7633,244 Zehling = 76332,44 Centaß = 763324,4 Dekaß = 7633244 Aß.

102) Ein Schreibmaterialienhändler verkauft von 3 Sorten Papier und zwar von der ersten oder

A.	5 Ballen	6 Rieß	12 Buch	18 Bogen
B.	3 „	8 „	15 „	22 „
C.	2 „	7 „	16 „	20 „

Es sollen die Unterabtheilungen auf Ballen reducirt und durch einen Decimal-Bruch ausgedrückt werden; wie viel Ballen verkauft er von jeder Sorte und wie viel im Ganzen?

Antw. Von A. 5,66375 Ballen, von B. 3,87958333.... Ballen und von C. 2,7841666.... Ballen, also A + B + C = 12,3274999.... Ballen.

103) Drei fleißige Schüler berechnen am 4. Dez. 1849 ihr Alter. Der erste oder A. ist geboren am 16. Okt. 1837, B. am 19. Aug. 1838 und C. am 24. März 1836. Jeder gibt sein Alter an in Jahren und in einem Decimal-Bruch des Jahres **); wie alt ist jeder, wie viel beträgt ihr Alter zusammen?

Antw. Das Alter des A. = 12 Jahr 2 Monat 18 Tag oder 12,21666.... Jahr; das Alter des B. = 11 Jahr 3 Monat

*) Im Großherzogthum Baden ist die höchste Gewichtseinheit der Centner à 10 Stein à 10 Pfd. à 10 Zehling à 10 Centaß à 10 Dekaß à 10 Aß, so daß also 1 Ctr. = 1000000 Aß.

**) Das Jahr zu 365 Tagen, jeden einzelnen Monat jedoch zu der Anzahl Tage, die er wirklich hat.

15 Tag oder 11,291666.... Jahr; und das Alter des C. = 13 Jahr 8 Monat 10 Tag oder 13,69444.... Jahr; daher A + B + C = 37,202766.... Jahre.

104) Jemand hat folgende Geldposten ausständig:

a) 50 fl. 45 kr. 6 hl.
b) 108 „ 24 „ 4 „
c) 300 „ 8 „ 2 „

Jeder dieser Geldposten und dann die ganze Summe sollen in Gulden und in Decimal-Brüchen des Guldens angegeben werden.

Resultat ad a) 50,7625 fl.; ad b) 108,408333....; ad c) 300,1375 fl.; daher a + b + c = 459,308333.... fl. = 459,308 fl. *)

105) Von den drei Seiten eines spitzwinklichten **) Drei-

*) Werden Decimal-Stellen (Decimal-Ziffern), deren Werth in einem bestimmten Falle unerheblich ist, weggestrichen oder ausgelassen, so heißt dieses Verfahren Abkürzen oder Verkleinern der Decimal-Brüche. So z. B. ist der kleinste Theil eines Guldens 1 hl., oder es ist 1 fl. = 480 hl. Die Zahl 480 ist 3 ziffrig, daher braucht man bei Guldenbrüchen nur drei Decimal-Stellen beizubehalten, denn 0,001 fl. = $^{12}/_{25}$ hl., somit etwas größer als $^{1}/_{2}$ hl. Der Name Gulden bedingt also drei Decimal-Stellen. Hätte man 5,746532 fl., so dürften die letzten 3 Stellen als zu geringfügig ganz weggelassen werden und man könnte auf folgende Weise abkürzen:

5,746532 fl. = 5,747 fl. (nicht ganz $^{1}/_{2}$ hl. zu viel)
5,746532 fl. = 5,746 fl. (nicht ganz $^{1}/_{2}$ hl. zu wenig).

Analog läßt sich bei andern benannten Zahlen ermitteln, wie viel Decimal-Stellen beizubehalten sind.

**) Die Neigung zweier Linien, welche in einem Punkte zusammentreffen, heißt Winkel ($\measuredangle$), während die Linien selbst, welche einen Winkel einschließen (bilden), die Schenkel desselben genannt werden. Den Punkt, in welchem die Linien oder Schenkel zusammentreffen, nennt man den Scheitel des Winkels oder auch seine Spitze. Einen Winkel kann man sich versinnlichen z. B. durch die zwei Sparren eines Dachstuhles, wo die Sparren selbst die Schenkel und der Verbindungspunkt auf dem Firste den Scheitel vorstellen. Durch Zeichnung wird ein Winkel vorgestellt in Figur 3, wo $\measuredangle$ ABC = $\measuredangle\ \alpha$, d. h. ein Winkel kann mit drei Buchstaben oder nur mit einem bezeichnet werden; in jenem Falle kommt der Buchstaben am Scheitel (hier B) jedesmal in die Mitte.

Wenn zwei Winkel einen Schenkel gemeinschaftlich haben und die beiden anderen Schenkel in einer geraden Linie liegen, so heißen solche zwei Winkel Nebenwinkel. Sind zwei Nebenwinkel ungleich, so heißt jeder von ihnen ein schiefer Winkel; sind dagegen zwei Nebenwinkel einander gleich, so heißt jeder von ihnen ein rechter Winkel oder ein Rechter (∟). Ein Winkel, welcher kleiner ist als ein Rechter, heißt spitzig; dagegen wird ein Winkel, welcher

eckes *) ist die eine oder a = 128,65′; b = 188,593′ und c = 155,058′; wie groß ist der Perimeter dieses Dreieckes?

Antw. 472,301 Fuß.

---

größer ist als ein Rechter, stumpf genannt. Wenn eine gerade Linie mit einer anderen geraden Linie so zusammentrifft, daß sie mit ihr zwei rechte Winkel bildet, so heißt die einfallende Linie Perpendikel. Oder: Eine gerade Linie, welche auf einer anderen unter rechten Winkeln aufsteht, heißt Perpendikel — auch Senkrechte. Zwei Nebenwinkel kann man sich versinnlichen durch eine gewöhnliche (Krämer-) Wage, bei welcher die Scheere, an welcher der Wagebalken sammt den Schalen aufgehängt ist, den gemeinschaftlichen Schenkel, und der Wagebalken die in einer Linie liegenden beiden anderen Schenkel vorstellen. Ist die Wage im Gleichgewichte, so bildet die Scheere mit dem Wagebalken beiderseits einen rechten Winkel; zieht eine Schale abwärts, so bildet die Scheere mit dem Wagebalken auf dieser Seite einen stumpfen Winkel, während auf der andern Seite ein spitzer Winkel vorgestellt wird. Ein Perpendikel wird durch das sogenannte Senkblei versinnlicht. In Fig. 4 sind α und β rechte Winkel und CD das Perpendikel auf AB, dagegen in Fig. 5 ist α stumpf und β spitzig, beide schief.

*) Eine nach allen Seiten begrenzte Fläche heißt Figur. Die ganze Gränze einer Figur heißt Perimēter (Umfang), wenn der begränzenden Linien mehrere sind, oder Peripherie (Umkreis), wenn die Gränze nur aus einer einzigen krummen Linie besteht. Wenn der begränzenden Linien mehrere sind, so heißen die einzelnen Linien Seiten, die Winkel, welche diese Linien bilden Ecke und die gerade Linie von einer Ecke zu einer andern, ohne daß sie mit einer Seite zusammenfällt, heißt Diagonale. Figuren sind congruent, wenn sie so beschaffen sind, daß sie auf einander gelegt sich vollkommen decken, oder wenn sie alle Seiten und Winkel der Ordnung nach gleich haben. Eine von drei Seiten begrenzte Figur heißt Dreieck (△), während eine von vier Seiten begrenzte Figur Viereck und eine von mehr als vier Seiten begränzte Figur Vieleck (Polygon) genannt wird. In Rücksicht auf die Winkel heißt ein Dreieck rechtwinklicht, stumpfwinklicht oder spitzwinklicht, je nachdem es einen rechten oder ein stumpfen oder lauter spitzige Winkel enthält. Ein Dreieck ist gleichseitig, wenn alle drei Seiten einander gleich sind; ein Dreieck heißt gleichschenklicht, wenn nur zwei Seiten einander gleich sind, und endlich heißt ein Dreieck ungleichseitig, wenn keine Seite der andern gleich. Im rechtwinklichten Dreiecke heißt die dem rechten Winkel gegenüber liegende Seite Hypothenuse, während die beiden andern Seiten Kathēten genannt werden. Eine Figur, bei welcher alle Seiten und Winkel einander gleich sind, heißt reguläre Figur, dagegen heißt eine Figur irregulär, wenn bei derselben entweder die Seiten oder die Winkel oder beide zugleich ungleich sind. Ein reguläres Viereck oder ein Viereck, in welchem alle vier Seiten einander gleich und alle Winkel rechte sind, heißt Quadrat (□). Fig. 6 = gleichseitiges △. Fig. 7 = gleichschenklichtes △. Fig. 8 = ungleichseitiges △. Fig. 9 = rechtwinklichtes △. Fig. 10 = stumpfwinklichtes △.

106) Von drei Kreisflächen *) ist die erste oder a = 235,73 □'; b = 365,5669 □' und c = 89,025 □'; wenn nun diese drei Kreisflächen in eine einzige verwandelt werden sollen, welche eben so groß ist, als die drei erwähnten zusammen, welchen Flächeninhalt muß diese einzige bekommen?

Antw. 690,3219 Quadrat-Fuß.

107) Von vier Kugeln **) ist die erste oder a = 28,976 c'; b = 37,7849 c'; c = 71,02 c' und d = 0,897 c'; welchen Kubikinhalt haben alle vier zusammen?

Antw. 138,6779 Kubik-Fuß.

*) Eine krumme in sich selbst zurückkehrende Linie, welche in allen ihren Theilen von einem innerhalb liegenden Punkte gleichweit absteht, heißt Kreislinie oder Kreis. Eine Kreislinie entsteht, wenn man eine gerade Linie um einen ihrer Endpunkte so lange herum bewegt, bis sie wieder in ihre vorige Lage gebracht ist; denn so beschreibt der andere Endpunkt eine krumme in sich selbst zurückkehrende Linie, welche Kreislinie oder Kreis, auch Peripherie (περιφέρεια von περί = herum und φέρειν = tragen) genannt wird. Eine von einer Kreislinie begränzte Fläche heißt Kreisfläche oder Kreis. Kreis hat demnach eine doppelte Bedeutung; jedoch versteht man unter Kreis gewöhnlich Kreislinie und Kreisfläche (beide) zusammen. Ein Theil einer Kreislinie heißt Kreisbogen oder bloß Bogen. Derjenige innerhalb einer Kreislinie liegende Punkt, welcher von dieser allenthalben gleichweit absteht, heißt Mittelpunkt oder Centrum des Kreises. Jede gerade Linie vom Centrum nach der Peripherie heißt Halbmesser oder Radius des Kreises. Jede gerade Linie von einem Punkte der Peripherie zu einem anderen derselben heißt Sehne oder Chorde. Eine Sehne durch das Centrum heißt Durchmesser oder Diamëter. Der Theil eines Kreises, welcher zwischen dem Bogen und der Sehne liegt, heißt Abschnitt oder Segment und endlich der Theil eines Kreises, welcher zwischen den Radien und ihrem Bogen liegt, wird Ausschnitt oder Sektor genannt. In Fig. 19 ist ABDEFGA die Peripherie, EFG ein Bogen, BC ein Radius, EG eine Sehne, AD ein Diameter, EFGE ein Segment und BCD ein Sektor.

**) Ein Körper, welcher von einer einzigen krummen Fläche so umgränzt ist, daß jeder Punkt derselben von einem innerhalb befindlichen Punkte gleichweit absteht, heißt Kugel oder Sphäre. Oder: Wenn sich ein Halbkreis einmal ganz um seinen feststehenden Diameter herumdreht, so beschreibt oder begränzt derselbe einen Körper, welcher Kugel genannt wird. Die ganze Gränze, innerhalb welcher eine Kugel eingeschlossen ist, heißt Kugelfläche oder Oberfläche der Kugel. Den Punkt, von welchem alle Punkte der Oberfläche gleichweit abstehen, nennt man Mittelpunkt oder Centrum der Kugel. Jede gerade Linie vom Centrum bis an die Oberfläche heißt Kugelhalbmesser oder Radius der Kugel. Jede gerade Linie zwischen zwei Punkten der Oberfläche heißt Kugelsehne oder Chorde der Kugel. Jede Sehne

108) In einem Städtchen sind drei öffentliche Brunnen. Es faßt das Bassin (sprich: Bassän'g) des einen oder

A. 325 Eimer 48 Maß
B. 315 „ 56 „
C. 286 „ 32 „

Es sollen bei jedem Bassin die Maß durch einen Decimal-Bruch des Eimers à 60 Maß angegeben und dann die Summe des Inhaltes aller dreien gefunden werden.

Resultat: A = 325,8 Eimer, B = 315,9333.... Eimer und C = 286,5333.... Eimer, daher A + B + C = 928,2666 Eimer.

109) Ein Oekonom hatte vor der Gefällsablösung folgendes Zehent-Fixum, und zwar an Roggen

A. Vom Guts-Complexe *)	2 Schäffel	4 Metz.	3 Vierl.	$2^1/_2$ Sechsz.
B. Von walzenden Grundstücken	1 „	2 „	1 „	3 „
C. Von einem Guts-Ausbruche	0 „	5 „	2 „	$3^1/_4$ „

Es sollen die Unterabtheilungen auf Schäffel reducirt und durch einen Decimal-Bruch des Schäffels ausgedrückt werden; wie viel Schäffel Roggen **) mußte er von jeder Besitz-Litter und wie viel im Ganzen verabreichen?

---

durch das Centrum der Kugel heißt Kugeldurchmesser oder Diameter der Kugel. Derjenige Kugeldurchmesser, um welchen die Kugel sich drehend gedacht wird, heißt Kugelachse oder Achse (Axe) der Kugel, während die beiden Endspunkte der Achse die Pole der Kugel genannt werden. Jeder Kugelschnitt d. h. jeder Schnitt einer Kugel durch eine Ebene ist ein Kreis (Kreisfläche); ein solcher Kreis ist um so größer, je näher er dem Centrum ist, und ein Kugelschnitt durch das Centrum ist ein größter Kreis oder ein Normal-Kreis. In Fig. 27 ist eine Kugel versinnlicht, bei welcher AB = Diameter 2c.

*) Complex (complexus) = Umfassung, Inbegriff. Unter Guts-Complex versteht man den Inbegriff aller Grundstücke, welche sammt den Gebäulichkeiten zu irgend einer Herrschaft auf irgend eine Weise grundbar sind und von welchen man ohne Consens (Einwilligung) der betreffenden Grundherrschaft nichts veräußern darf. Werden aus einem Guts-Complexe mit Einwilligung der Grundherrschaft (welche eine Stiftung, eine Commune oder ein Private sein kann) ein oder mehrere Grundstücke verkauft, so nennt man diese Grundstücke einen Guts-Ausbruch. Grundstücke, die nicht grundbar, sondern eigen sind, die also nach Belieben veräußert werden können, nennt man walzend. Im Grundsteuer-Kataster ist der Guts-Complex allemal unter der Litter (littera = Buchstaben) A vorgetragen, dann unter Litt. B die Gemeindetheile, unter Litt. C ein Gutsausbruch, unter Litt. D die walzenden Grundstücke 2c.

**) Eine der nützlichsten Getreidarten ist wohl der Roggen (Korn), aus dessen Mehl Brod gebacken wird. Die Kennzeichen eines guten Roggens sind sehr verschieden

Antw. Von Litt. A. 2,81771 Schäffel
Litt. B. 1,40625 „
Litt. C. 0,95052 „
also von A + B + C = 5,17448 Schäffel.

110) Ein Metzger zu Berlin *) schlachtet in einer Woche drei Ochsen **), wovon der eine oder

---

und richten sich gewöhnlich nach dem Boden, in welchem er gewachsen ist. Uebrigens sind die bekanntesten Kennzeichen folgende:

1) Wenn der Roggen eine hinlängliche und eine seiner Art angemessene Schwere hat (der bayer. Schäffel 270 bis 285 Pfd. bayer.), so ist er gut und mehlreich.

2) Wenn der Roggen gut und mehlreich sein soll, so muß bei einem der Länge nach aufgeschnittenen Korne die Mehlmasse dem lockeren Schnee gleichen und mit kleinen, glänzenden Bläs'chen versehen oder vermischt sein; denn die kleinen Bläs'chen enthalten den nährenden Stoff.

3) Der Roggen ist gut und reichhaltig, wenn er die Probe des Quellens aushält. Diese stellt man auf folgende Weise an: Man legt einige Körner in Wasser, läßt sie einige Stunden darin liegen, damit sie aufquellen, schneidet sie dann in der Mitte von einander und betrachtet die Mehlfläche. Findet man nun, daß die Schale sehr dünn ist und sich an einigen Orten abgelös't hat, so ist dieß ein sicheres Zeichen, daß die Körner reichliches Mehl geben. Ist die Mehlfläche wie lockerer Schnee beschaffen, und hat glänzende Pünkt'chen, so gibt ein solches Korn ein schönes weißes Mehl. Bemerkt man aber an dem Korne eine dicke Schale und spielt die Mehlfläche etwas ins Bläuliche, so hat man nicht allein wenig, sondern auch kein weißes Mehl zu erwarten.

4) Wenn die Körner auf dem Haufen liegen oder wenn man eine handvoll davon nimmt und sie gegen das Licht hält, und sie spielen dabei etwas ins Grünliche und zeigen eine glänzende Oberfläche; so ist das Korn gewiß sehr ausgiebig oder mehlhaltig. Spielen dagegen die Körner ins Schwarze und haben keine helle, lichte Farbe, so kann man sicher schließen, daß man wenig und kein weißes Mehl erhält, welches, wenn es nur einigermaßen warm gemahlen wird, röthlich und braun erscheint, und im Backen ein schwarzes, trockenes und schliffiges Brod gibt, das schwer zu verdauen ist.

*) In Berlin wie in ganz Preußen hat der Centner 110 Pfd. Mehr hierüber in Einsle's Maßzusammenstellung auf Seite 99 — 106.

**) Das lebendige Gewicht des Rindviehes kann auch durch Messen ermittelt werden; denn mißt man mit einem Meßbande, auf welchem bayer. Fuß und Zoll (Duodecimal-Maß) aufgetragen sind, die Länge vom höchsten Schulterknochen (Widerrist) bis zum After (bis etwa 1 Fuß unterhalb der Schweifwurzel), und dann den Umfang hinter den Vorderfüßen über den Wi-

a) 6 Ctr. 86 ℔. }
b) 7 „ 18 „ } preußisches Gewicht wiegt.
c) 5 „ 48 „ }

Jeder dieser Posten und dann die ganze Summe sollen in Centnern und in Decimal-Brüchen des Centners angegeben werden.

Resultat ad a) 6,78181.... Ctr.
b) 7,16363.... „
c) 5,89090.... „

also a + b + c = 19,83634 Ctr.

111) Bei einer Guts-Dismembration *) kauft Jemand folgende Objekte:

PlNro. **) 1849 zu 6 Tagw. 25 Dec. }
PlNro. 1954^a „ 3 „ 86 „ } in der Steuergemeinde N.
PlNro. 1954^b „ 1 „ 18 „ }

---

derrist, so kann aus diesen Maßen das **lebendige** Gewicht eines Rindviehes auf folgende Weise berechnet werden:

1) Der gemessene Umfang wird als die Peripherie (p) eines Kreises betrachtet und aus dieser der Durchmesser (d) berechnet nach dem schon von **Archimed** aufgestellten Verhältnisse, nämlich d : p = 7 : 22, also $d = \frac{p \times 7}{22}$

2) Man erhebt den gefundenen Durchmesser zum Quadrate d. h. es wird die Zahl, welche die gefundene Größe des Durchmessers ausdrückt, **mit sich selbst multiplicirt.**

3) Ferner wird dieses Quadrat (oder Produkt) mit der Länge (l) multiplicirt.

4) Endlich wird dieses Produkt mit 38 dividirt (weil 38 bayer. Duodecimal-Kubik-Zoll Rindfleisch 1 bayer. ℔. wiegen sollen). Demnach ist das lebendige Gewicht $= \left(\frac{p \times 7}{22}\right)^2 \times \frac{1}{38} = (0{,}31818 \times p)^2 \times 0{,}5263 \times l$

Ist z. B. die Länge oder l = 60 Zoll und der Umfang oder p = 88 Zoll, so ist das Gewicht $= \left(\frac{88 \times 7}{22}\right)^2 \times \frac{60}{38} = 1237{,}89 = 1238$ ℔. bayer.

Genauer erhält man das Resultat, wenn der Durchmesser nach dem **lodolphischen** Verhältnisse berechnet wird, nämlich d : p = 1 : π, woraus $d = \frac{p}{\pi}$; es ist aber π = 3,14159, also $d = \frac{1}{\pi} \times p = 0{,}31831 \times p$

*) Dismembriren = zertrümmern, abtrümmern, daher Guts-Dismembration = Guts-Zertrümmerung.

) PlNro. = Plan-Nummer. Der Steuerplan hat eine zweifache Nummerirung, nämlich eine **fortlaufende (schwarze) Nummerirung, womit sämmtliche Grund-

Wie viel Fläche kaufte er im Ganzen?
Antw. 11 Tagw. 29 Dec.

stücke in einer Steuergemeinde im Zusammenhange mit Nummern bezeichnet werden. Hiebei findet man auch Ausscheidungen in a, b, c ꝛc. Diese Ausscheidungen betreffen entweder verschiedene Bonitäts-Klassen oder verschiedene Kultur-Arten: Hat z. B. der Acker PlNro. 1348 drei sehr verschiedene Bonitäten, so theilen ihn die Taxatoren (Schätzleute) mit Beiziehung des Klassifications-Geometers in drei Theile, welche mit Littern (Buchstaben) bezeichnet werden, nämlich PlNro. 1348 a, 1348 b und 1348 c. Ist die Bonität (Güte) eines Ackers sehr abwechselnd verschieden, so daß derselbe in sehr viele und in irreguläre Figuren abgetheilt werden müßte, so wird ein solcher Acker gar nicht abgetheilt, sondern er wird an den verschiedenen Stellen aufgegraben, jeder Aufstich taxirt (geschätzt) und die treffende Klasse aufgeschrieben, endlich werden sämmtliche Klassen addirt und die Summe mit der Anzahl der Aufstiche dividirt, wodurch eine Durchschnittsklasse ermittelt wird.

Ist ein Theil eines Ackers zur Wiese liegen geblieben, so wird die verschiedene Kultur-Art auch mit Littern bezeichnet und zwar wegen Verschiedenheit des Zehentverhältnisses, hauptsächlich wenn in irgend einer Gemeinde die Wiesen ein anderes Zehentverhältniß als die Aecker haben. So z. B. kann observanzmäßig der Acker zehentbar und die Wiese zehentfrei sein. Es besteht hierüber nicht selten die Regel: Wo der Pflug hineingeht, fährt der Zehent heraus, so daß alle Wiesen zehentfrei sind.

Ist ein Acker zu einem anderen Acker hingerissen (sind beide zusammengeackert), so daß beide in der Natur nur mehr ein einziges Grundstück bilden, hat aber jeder Acker ein anderes Dominikal- oder ein anderes Zehent-Verhältniß, so müßen sie vom Liquidations-Geometer möglichst genau ausgeschieden und mit Bruch-Nummern bezeichnet werden. Ist z. B. der ganze Acker mit Pl.-Nro. 1594 bezeichnet, der eine Theil aber erbrechtsweise grundbar zur Spital-Stiftung N., der andere dagegen eigen, so zerfällt die Nummerirung in 1594 und 1594 $\frac{1}{2}$.

Neben den schwarzen oder Plan-Nummern findet man in den Steuerplänen auch rothe Nummern, wovon die ganzen Zahlen die Haus-Nummern und die Brüche die Besitz-Nummern bezeichnen. Wer nämlich ein oder mehrere Grundstücke aber kein Haus besitzt, bekommt statt der Haus-Nummer eine Bruch- oder Besitz-Nummer. Ist der Besitzer auswärtig, so wird neben die Haus- oder Besitz-Nummer noch der Anfangsbuchstabe seines Wohnortes gesetzt. Diese Anfangsbuchstaben sind auf dem Plane eigens verzeichnet und erklärt. In Stadtplänen werden die Hausnummern lithographirt, daher erscheinen sie schwarz, weßhalb in solchen Plänen alle Hausnummern schwarz, dagegen die Plannummern roth eingeschrieben werden.

Im Grundsteuer-Kataster findet man in der Rubrik für die Flächen der Grundstücke Tagwerk und Decimalen. Die Decimalen sind nichts anders als ein Decimal-Bruch des Tagwerks. So z. B. 6 Tgw. 25 Dec. = 6,25 Tgw.

§. 10.

Subtraktion der Decimal-Brüche.

Aufgabe: Decimal-Brüche zu subtrahiren. *)

Auflösung: Decimal-Brüche werden nach folgenden Regeln subtrahirt:

a) Sollen Decimal-Brüche, die gleichviel Decimal-Stellen haben, subtrahirt werden, so ist die Subtraktion durchaus nicht verschieden von der ganzer Zahlen.

b) Sollen Decimal-Brüche, die nicht gleichviel Decimal-Stellen haben, subtrahirt werden, so werden dem einen, welcher weniger Decimal-Stellen hat, durch rechts angehängte Nullen so viel Decimal-Stellen gegeben, als der andere hat, wornach sie wie ganze Zahlen subtrahirt werden.

Oder man kann vorstehende zwei Subtraktionsregeln in eine einzige zusammenfassen und in Kürze also geben:

Man schreibe die Decimal-Brüche so unter einander, daß die Kommata genau unter einander zu stehen kommen und subtrahire wie bei ganzen Zahlen; nur müssen im Minuend, falls er weniger Decimal-Stellen als der Subtrahend hat, die fehlenden Stellen durch Nullen in Gedanken ersetzt werden.

---

*) Der Lehrer wird gut thun, wenn er die hieher gehörigen Erklärungen und Grundsätze kurz wiederholt.

A) Erklärungen: a) Subtrahiren heißt den Unterschied zweier Zahlen finden.

b) Die Zahl, von welcher subtrahirt werden soll, heißt Minuend.

c) Die Zahl, welche subtrahirt werden soll, heißt Subtrahend.

d) Die gefundene Zahl heißt Differenz (Unterschied) oder Rest.

Das Zeichen der Subtraktion ist ein Querstrich (—) und wird gelesen durch minus d. h. weniger; gewöhnlich wird es auch durch von gelesen.

So z. B. { Minuend Subtrahend Differenz / 8 — 3 = 5 } d. h. 8 minus 3 ist gleich 5.

B) Grundsätze und zwar a) allgemeine Grundsätze wie im §. 8.

b) Grundsätze der Subtraktion, nämlich:

1) Es kann nur Gleichartiges von Gleichartigem subtrahirt werden.

2) Gleiches von Gleichem subtrahirt gibt Gleiches.

Der erstere dieser beiden Grundsätze enthält das Grundgesetz für alle Subtraktion.

Zusatz. Sollen gemeine Brüche von Decimal-Brüchen oder diese von jenen subtrahirt werden, so müssen entweder die gemeinen Brüche in Decimal-Brüche oder umgekehrt diese in jene verwandelt werden.

Erläuterungsbeispiele ad a)

21,8543	Minuend	16,0543	Minuend
9,9761	Subtrahend	0,6705	Subtrahend
11,8782	Differenz.	15,3838	Differenz.

Erläuterungsbeispiele ad b)

38,42000	oder	38,42...	oder	38,42
13,05976		13,05976		13,05976
25,36024		25,36024		25,36024
49,670896	oder	49,670896	oder	49,670896
0,591000		0,591...		0,591
49,079896		49,079896		49,079896

Kommt man beim Subtrahiren an das Komma, so schreibe man es auch im Reste an.

§. 11.

Uebungsbeispiele.

a) Theoretische Beispiele.

112) 0,835 — 0,627 = 0,208. 113) 8,6435 — 3,027 = 5,6165.
114) 214,6378 — 42,5468 = 172,091.
115) 65,613 — 0,738 = 64,875. 116) 5,008 — 3,7659 = 1,2421.
117) 48,080706 — 31,605089 = 16,475617.
118) 6 — 0,0007 = 5,9993. 119) 48 — 0,00097 = 47,99903.
120) 35,678 — 29 = 6,678. 121) 0,6 — 0,00078 = 0,59922.
122) 78,5 — 0,000783 = 78,499217.
123) 134,78 — 6,834306 = 127,945694.
124) 148 — 19,967 = 128,033. 125) 4,9 — 0,000089 = 4,899911.
126) 0,915 — 0,87 = 0,045. 127) 25,360 — 14 = 11,360.
128) $1\frac{2}{5} - 0{,}203 = 1{,}197$. 129) $3{,}465 - \frac{3}{40} = 3{,}39$
130) $\frac{2}{3} - 0{,}34 = 0{,}32666\ldots$. 131) $2{,}612 - \frac{5}{7} = 1{,}8977\ldots$
132) $(3\frac{4}{5} + 18{,}125) - (7{,}8765 + 2\frac{5}{12}) = 11{,}63184\ldots$

b) Praktische Beispiele.

133) Bei einem Dreiecke ist die Basis *) = 30° 6' 8'' 5''' und die Höhe = 18° 5' 9'' 7'''; um wie viel beträgt die Basis mehr als die Höhe?

Antw. 12° 0' 8'' 8'''.

134) Von zwei Wiesen hat die eine die Gestalt eines Quadrates und hält 4 Tgw. 256□° 87□', die andere hat die Form eines Rechteckes **) und hält 3 Tgw. 366□° 94□'; um wie viel ist dieses Rechteck kleiner als jenes Quadrat?

Antw. 0 Tgw. 289□° 93□'.

---

*) Wenn man bei einem Dreiecke eine Seite, gleichviel welche, als Grundlinie (basis) annimmt, so heißt die opponirte (gegenüberliegende) Ecke die Spitze, während das Perpendikel von der Spitze auf die Grundlinie, oder deren Verlängerung die Höhe des Dreieckes genannt wird.

Auf dem Felde wird von einem Punkte auf eine gerade Linie ein Perpendikel gefällt mittelst einer Kreuzscheibe oder mittelst eines Winkelspiegels, auf dem Papier mit einem reckwinklichten Dreiecke von Holz oder Metall.

**) Ein Viereck heißt Parallelogramm, wenn jedes Paar opponirter Seiten parallel ist; wenn dagegen nur ein Paar opponirter Seiten parallel ist, so heißt es Trapez, und ist keine Seite mit einer anderen parallel, so wird es Trapezoid genannt. So z. B. ist versinnlicht durch Fig. 15 ein Trapez und durch Fig. 16 ein Trapezoid; die punktirten Linien sind Hilfslinien zur Flächenberechnung.

Ein Parallelogramm heißt Quadrat, wenn alle vier Seiten gleich und alle Winkel rechte sind; wenn dagegen zwar alle vier Seiten gleich, aber alle Winkel schiefe sind, so heißt es Rhombus (Raute), und ist ein verschobenes Quadrat. Ein Parallelogramm heißt Rechteck (Oblongum), wenn nur die opponirten Seiten gleich und alle Winkel rechte sind; wenn dagegen zwar die opponirten Seiten gleich, aber alle Winkel schiefe sind, so heißt es Rhomboid (Rautling), und ist ein verschobenes Rechteck. So z. B. ist versinnlicht durch Fig. 11 ein Quadrat, durch Fig. 12 ein Rhombus, durch Fig. 13 ein Rechteck und durch Fig. 14 ein Rhomboid.

Wenn man bei einem Parallelogramm eine Seite als Grundlinie annimmt, so wird das Perpendikel, welches man von irgend einem Punkte der ihr opponirten Seite auf die Grundlinie oder deren Verlängerung fällt, die Höhe oder senkrechte Breite genannt; beim Rechteck oder Rhomboid wird jedesmal eine der beiden längeren Seiten als Grundlinie angenommen. Bei einem Trapeze wird das Perpendikel, welches man von irgend einem Punkte der einen parallelen Seite auf die andere oder deren Verlängerung fällt, die Höhe oder senkrechte Breite genannt.

135) Von zwei zugehauenen Sandsteinen hat der eine die Form eines Kubus und hält 3 Kubik-Klafter *) 156 Kubik-Fuß 869 Kubik-Zoll (Decimal-Maß), der andere hat die Gestalt eines Parallelepipedon's **) und hält 2 Kubik-Klafter 208 Kubik-Fuß und 960 Kubik-Zoll (Dec.); um wie viel ist der kubische Inhalt des Parallelepipedon's kleiner als jener des Kubus?

Antw. 0 Kubik-Klafter 163 c′ 909 c″.

---

*) Ueber Kubik-Klafter ꝛc. siehe Einsle's Maßzusammenstellung auf Seite 58.

**) Die ganze Gränze, innerhalb welcher ein Körper (98) eingeschlossen ist, heißt seine Oberfläche. Die ebenen Flächen oder Ebenen, welche einen Körper begränzen, heißen Seitenflächen oder bloß Seiten. Diejenige Seitenfläche, auf welcher man einen Körper ruhend denkt, heißt Grundfläche oder Basis. Die Seitenflächen laufen entweder in einem Punkte zusammen, welcher alsdann Gipfel oder Spitze genannt wird, oder sie werden von einer ebenen Fläche begränzt, welche man die obere Grundfläche oder Deckfläche nennt. Die Durchschnittslinien der Seitenflächen heißt man Seitenlinien oder Kanten. Ein Perpendikel von der Spitze oder von einem Punkte der oberen Grundfläche auf die untere oder deren Erweiterung heißt die Höhe des Körpers. Der kubische Inhalt (Rauminhalt) eines Körpers ist der von seinen Gränzflächen eingeschlossene Raum. Ein Körper, welcher von lauter ebenen Flächen begränzt ist, heißt ebenflächiger Körper oder Polyeder.

Ein Polyeder, begränzt von zwei geradlinigten parallelen congruenten Figuren und so vielen Parallelogrammen als eine jener Figuren Seiten hat, heißt Prisma (Ecksäule oder Pfeiler). Oder: Wenn man auf einen beliebigen Punkt des Umfanges einer geradlinigten Figur eine gerade Linie stellt, welche mit der Fläche dieser Figur einen beliebigen Winkel bildet, und wenn man diese Linie auf dem ganzen Umfange der Figur der Art herumbewegt, daß sie immer mit ihrer ursprünglichen Lage parallel bleibt, so heißt der von dieser Linie umschriebene und oben durch eine mit der Leitebene parallele Ebene geschlossene oder begränzte Raum ein Prisma. Die beiden geradlinigten parallelen congruenten Figuren heißen die Grundflächen des Prisma. Die begränzenden Parallelogramme werden die Seitenflächen oder Seiten des Prisma genannt. Die Durchschnittslinien der Seitenflächen heißt man die Seitenlinien oder Kanten. Ein Prisma heißt dreiseitig, vierseitig oder vielseitig, je nachdem der Perimeter einer Grundfläche drei, vier oder mehr als vier Seiten hat. Ein Prisma heißt gleich- oder ungleichseitig, je nachdem der Perimeter einer Grundfläche eine reguläre oder irreguläre Figur ist. Ein Perpendikel von einem Punkte der oberen Grundfläche auf die untere oder deren Erweiterung heißt die Höhe des Prisma. Ein Prisma heißt senkrecht oder geradestehend, wenn die Kanten perpendikulär auf der Grundfläche (Basis) stehen; im entgegengesetzten Falle heißt es schief. Ein Prisma, dessen Grundflächen Parallelogramme sind, heißt Parallelepipedon. Ein Parallelepipedon, dessen sechs Gränzflächen

136) Das englische Gallon hält 229,05 Pariser Kubikzoll und das preußische Quart hält 57,72379 Pariser Kubikzoll; um wie viel ist jenes größer als dieses?

Antw. 171,32621 Pariser Kubikzoll.

137) Ein Bräuer zu Straßburg verbrauchte im ersten Jahre, als er sein Geschäft begann, 1280,9 Hektoliter *) Malz, im zweiten Jahre

---

lauter gleiche Quadrate sind, heißt Kubus oder Würfel. So z. B. versinnlicht Fig. 22 ein dreiseitiges Prisma, Fig. 21 ein Parallelepipedon und Fig. 20 einen Kubus.

Ein Polyeder (ebenflächiger Körper), begränzt von einer geradlinigten ebenen Figur und von so vielen Dreiecken als jene Figur Seiten hat, heißt Pyramide (Spitzsäule). Oder: Wenn man eine gerade Linie ganz auf dem Umfange irgend einer geradlinigten ebenen Figur herumbewegt, so daß sie dabei beständig durch einen außerhalb der Ebene der Figur liegenden, unveränderlichen Punkt geht, so heißt der durch diese Bewegung umschriebene, zwischen dem unveränderlichen Punkte und der Leitebene liegende Raum eine Pyramide. Die geradlinigte ebene Figur heißt die Grundfläche der Pyramide. Die begränzenden Dreiecke werden die Seitenfläche oder Seiten der Pyramide genannt. Die Durchschnittslinien der Seitenflächen heißen Seitenlinien oder Kanten. Der Punkt, in welchem die begränzenden Dreiecke zusammenlaufen, heißt die Spitze der Pyramide. Eine Pyramide heißt dreiseitig, vierseitig oder vielseitig, je nachdem der Perimeter der der Grundfläche drei, vier oder mehr als vier Seiten hat. Eine Pyramide heißt gleichseitig, wenn ihre Grundfläche eine reguläre Figur und sämmtliche Seitenflächen gleichschenklichte Dreiecke sind. Das Perpendikel von der Spitze auf die Grundfläche oder deren Erweiterung heißt die Höhe der Pyramide. Wenn die Pyramide gleichseitig ist und der Fußpunkt der Höhe in den Mittelpunkt der Grundfläche fällt, so heißt die Pyramide senkrecht oder geradestehend; im entgegengesetzten Falle ist sie schief. Wird die Pyramide mit einer zur Grundfläche parallelen Ebene durchschnitten, so heißt der zwischen diesen beiden Parellelebenen enthaltene Theil der Pyramide eine abgekürzte Pyramide oder Pyramidenrumpf, während der andere (obere) die Ergänzungspyramide genannt wird. Die beiden parallelen Ebenen heißen die Grundflächen der abgekürzten Pyramide, während die Entfernung dieser Grundflächen die Höhe derselben genannt wird. Wenn eine Pyramide sich in keine Spitze, sondern in eine Schneide (Kante) endet, so heißt sie Afterpyramide. So z. B. versinnlicht Fig. 23 eine dreiseitige Pyramide. Kieshaufen, englische Dachstühle rc. sind Afterpyramiden.

*) Was Hektoliter sei, darüber findet man Belehrung in meiner Maßzusammenstellung auf Seite 70 und 78; übrigens ist die gewöhnliche Form der Hohlmaße, also auch der Getreidmaße, der Zylinder oder der abgekürzte Kegel.

Ein Körper, begränzt von zwei parallelen congruenten Kreisflächen und einer einzigen krummen Fläche, welche um die Peripherien jener Kreisflächen ge-

aber verarbeitete er schon 2575,8 Hektoliter; wie groß ist der Unterschied?

Antw. 1294,9 Hektoliter.

---

legt ist, heißt Zylinder (Rundsäule oder Walze). Oder: Sind bei einem Prisma die beiden Grundflächen reguläre Polygone von unendlich vielen und unendlich kleinen Seiten, so heißt es Zylinder. Oder: Wenn ein Rechteck sich um eine seiner Seiten ringsherum dreht, so wird dadurch ein Raum begränzt, welcher Zylinder genannt wird. Die beiden parallelen congruenten Kreisflächen heißen die Grundflächen des Zylinders. Die krumme Fläche wird die Seitenfläche (Mantel) des Zylinders genannt. Die Verbindungslinie von dem Centrum der einen Grundfläche zu dem der anderen heißt die Achse (Axe) des Zylinders. Oder: Verbindet man die Mittelpunkte beider Grundflächen durch eine gerade Linie, so ist diese die Achse des Zylinders. Steht die Achse perpendikulär auf den Grundflächen, so heißt der Zylinder senkrecht, oder gerade, oder normal; im entgegengesetzten Falle ist er schief. Ein Perpendikel von einem Punkte der oberen Grundfläche auf die untere oder deren Erweiterung heißt die Höhe des Zylinders. Jede gerade Linie, welche von der Peripherie der einen Grundfläche zur anderen parallel mit der Achse in der Seitenfläche gezogen wird, heißt eine Seite des Zylinders.

Ein Körper, begränzt von einer Kreisfläche und von einer einzigen krummen Fläche, welche um die Peripherie jener Kreisfläche gelegt ist und in einem Punkte außerhalb der Kreisfläche so endet, daß jede gerade Linie aus diesem Punkte nach einem Punkte der Peripherie ganz in der krummen Fläche liegt, heißt Kegel oder Conus. Oder: Ist bei einer Pyramide die Grundfläche ein reguläres Polygon von unendlich vielen und unendlich kleinen Seiten, so heißt sie Kegel. Oder: Wenn ein rechtwinklichtes Dreieck sich um eine ihrer Katheten ringsherum dreht, so wird dadurch ein Raum begränzt, welcher Kegel genannt wird. Die Kreisfläche heißt die Grundfläche des Kegels. Die krumme Fläche heißt die Seitenfläche (Mantel) des Kegels, während der Punkt, in welchem sich die krumme Fläche endigt, die Spitze des Kegels genannt wird. Jede gerade Linie in der Seitenfläche von der Spitze zur Peripherie der Grundfläche heißt Seite des Kegels. Oder: Die die krumme Fläche erzeugende Gerade heißt Kegelseite. Das Perpendikel von der Spitze auf die Grundfläche oder deren Erweiterung heißt die Höhe des Kegels. Die gerade Linie, welche von der Spitze nach dem Mittelpunkt der Grundfläche gezogen wird, heißt die Achse des Kegels. Steht die Achse perpendikulär auf der Grundfläche, so heißt der Kegel senkrecht, oder gerade, oder normal; im entgegengesetzten Falle ist er schief. Wird ein Kegel mit einer zur Grundfläche parallelen Ebene durchschnitten, so heißt der zwischen diesen beiden Parallelebenen enthaltene Theil des Kegels ein abgekürzter oder abgestumpfter Kegel oder Kegelstumpf (Kegelrumpf), während der andere (obere) Theil der Ergänzungskegel genannt wird. Die beiden parallelen Ebenen heißen die Grundflächen des abgekürzten Kegels, während die Entfernung dieser Grund-

138) Der bayerische Kubik-Fuß Regenwasser wiegt 24861,09 französische Grammes (sprich: Gramm) und der preußische Kubik-Fuß Regenwasser wiegt 30915,84 franz. Grammes; um wie viel ist dieser schwerer als jener?

Antw. 6054,75 franz. Grammes.

139) Nach de Lalande ist die durchschnittliche Dauer des tropischen Sonnenjahres in Tagen = 365,2421933 und die unveränderliche Dauer des siderischen Sonnenjahres in Tagen = 365,2563773; wie groß ist die Differenz?

Antw. 0,014184 Tag.

140) Ein Bräuer *) auf dem Lande hat auch ein Oekonomiegut, bestehend aus einem Complexe von 125 Tagw. 68 Dec. mit 1365,9 Verhältnißzahl. **) Hievon trümmert er ab 16 Tagw. 79 Dec. mit 188,5 Verhältnißzahl; wie groß ist der Rest-Complex a) an Fläche? und b) wie groß ist die Verhältnißzahl des Restes?

Antw. ad a) 108 Tgw. 89 Dec.; ad b) 1177,4 Verhältnißzahl.

---

flächen die Höhe desselben genannt werden. Oder: Die größere (untere) Ebene heißt Grundfläche, während die kleinere (obere) Deckfläche genannt wird. So z. B. versinnlicht Fig. 24 einen Zylinder, Fig. 25 einen Kegel und Fig. 26 einen abgekürzten Kegel.

*) Dem Bräuer, wie dem Müller, Bäcker und Melber dürfte die Angabe der Kennzeichen einer guten Gerste nicht unwillkommen sein, diese sind:

1) Wenn die Gerste eine hinlängliche und eine ihrer Art angemessene Schwere hat (der bayer. Schäffel circa 250 Pfd. bayer. Gewicht), so ist sie gut und mehlreich.
2) Wenn die Körner eine schöne blaßgelbe Farbe haben und dabei mehr rund als länglicht sind, so ist die Gerste mehlreich und gibt auch ein weißes Mehl.
3) Diejenige Gerste, welche schöne runde Körner hat, gibt nicht allein sehr weißes und feines Mehl, sondern auch schöne und wohlschmeckende Graupen und Grütze.
4) Endlich ist eine ein Jahr alte Gerste besser, als die von der neuen oder frischen Ernte.

**) Verhältnißzahl (v) ist das Produkt aus der Fläche (a für area) und der Bonitätsklasse (c) oder

$$v = a c.$$

Hält in Bayern z. B. irgend ein Grundstück 8 Tgw. 69 Dec. mit der Bonitätsklasse VII, so ist die entsprechende Verhältnißzahl 60,83. Im Kreise Oberfranken läßt man die Verhältnißzahl, wie sie sich berechnet, während in Mittelfranken, Schwaben und Neuburg rc. die letzte (zweite) Decimal-Stelle vernachläßigt oder weggelassen wird. Auch enthalten in Oberfranken die Kataster keine Häller-Rubrik, sondern die kleineren Geldbeträge sind in 1/100 Kreuzer ausgesetzt. Mehr hierüber findet sich in meiner Maßzusammenstellung auf Seite 52.

§. 12.

Multiplikation der Decimal-Brüche.

Aufgabe: Decimal-Brüche zu multipliciren. *)

Auflösung: Decimal-Brüche werden nach folgenden Regeln multiplicirt:

a) Sind Decimal-Brüche mit Decimal-Brüchen oder Decimal-Brüche mit ganzen Zahlen zu multipliciren, so multiplicire man als wenn es lauter ganze Zahlen wären, und schneide im Produkte von der Rechten zur Linken durch das Komma so viele Decimal-Stellen ab, als beide Faktoren zusammen enthalten **), wobei man, wenn nicht genug Ziffern vorhanden sein sollten, den Abgang links mit Nullen er-

---

*) Der Lehrer wird gut thun, wenn er die hieher gehörigen Erklärungen und Grundsätze kurz wiederholt.

A) Erklärungen: a) Multipliciren heißt die eine von zwei Zahlen so oft setzen, als es die andere anzeigt.

b) Die Zahl, welche multiplicirt werden soll, heißt Multiplicand.

c) Die Zahl, mit welcher man multiplicirt, heißt Multiplicator.

d) Beide, Multiplicand und Multiplicator, heißen Faktoren.

e) Das bei der Multiplication erhaltene Resultat heißt Produkt.

Das Zeichen der Multiplication ist ein liegendes oder das sogenannte Andreas-Kreuz (×), oder auch ein Punkt (.). Gelesen wird das Multiplicationszeichen durch mal oder multiplicirt mit.

	Faktoren			
So z. B.	Multiplicand	Multiplicator	Produkt	
	6 ×	4 =	24	d. h. 4 mal 6 ist 24, oder

6 multiplicirt mit 4 ist gleich 24.

B) Grundsätze und zwar a) allgemeine Grundsätze wie in §. 8.

b) Grundsätze der Multiplication, nämlich:

1) Gleiches mit Gleichem multiplicirt gibt Gleiches.

2) Jede Größe mit 1 multiplicirt gibt die unveränderte Größe selbst, oder (wie man zu sagen pflegt) Eins (1) multiplicirt nicht.

3) Man kann die Faktoren verwechseln, d. h. man kann in jedem Falle den Multiplicator als Multiplicand und umgekehrt gebrauchen, es ist nämlich 3 × 4 = 4 × 3.

**) Das Produkt hat immer so viel Decimal-Stellen, als beide Faktoren zusammen haben.

gänzen muß, vor welche alsdann das Komma und eine Null für die Ganze gesetzt wird.

b) Sind Decimal-Brüche mit gemeinen Brüchen zu multipliciren, so verwandle man entweder den gemeinen Bruch in einen Decimal-Bruch, oder man multiplicire den Zähler des gemeinen Bruches mit dem Decimal-Bruche und dividire das Produkt durch den gegebenen Nenner.

Erläuterungsbeispiele ad a)

$2{,}47 \times 3{,}7 = x$

```
   247
  × 37
  1729
  741
 -----
also x = 9,139
```

$3{,}046 \times 0{,}32 = x$

```
   3046
   × 32
   6092
  9138
 -------
also x = 0,97472
```

$0{,}337 \times 0{,}823 = x$

```
     823
   × 337
    5761
   2469
  2469
 --------
also x = 0,277351
```

$0{,}5874 \times 0{,}0028 = x$

```
     5874
     × 28
    46992
   11748
 ----------
also x = 0,00164472
```

$0{,}000718 \times 25 = x$

```
      718
     × 25
     3590
    1436
 ---------
also x = 0,017950
```

$564 \times 0{,}039 = x$

```
    564
   × 39
   5076
  1692
 -------
also x = 21,996
```

Anmerkung: Die Richtigkeit des Verfahrens wird einleuchten, wenn man die Nenner sichtbar macht und die Brüche wie gemeine Brüche multiplicirt.

Erläuterungsbeispiele ad b)

$$2{,}04 \times \frac{3}{4} = \frac{2{,}04 \times 3}{4} = \frac{6{,}12}{4} = 1{,}53.$$

$$2{,}06 \times \frac{2}{3} = \frac{2{,}06 \times 2}{3} = \frac{4{,}12}{3} = 1{,}37333\ldots$$

$$\frac{2}{5} \times 6{,}75 = \frac{2 \times 6{,}75}{5} = \frac{13{,}50}{5} = 2{,}7.$$

Zusatz. Ein Decimal-Bruch wird mit 10, 100, 1000 2c. d. h. mit 1 sammt angehängten Nullen multiplicirt, wenn man das Komma um so viele Stellen von der Linken zur Rechten rückt, als der Multiplikator Nullen hat.

So z. B. $4,587 \times 10 = 45,87$ $\quad$ $5,3 \times 10 = 53$ Ganze
$9,307 \times 100 = 930,7$ $\quad$ $5,3 \times 100 = 530$ Ganze
$7,8834 \times 1000 = 7883,4$ rc. $\quad$ $5,3 \times 1000 = 5300$ Ganze rc.

Anmerkung. Sind Decimal-Brüche von sehr vielen Decimal-Stellen mit einander zu multipliciren, deren Produkt man aber nur auf etliche der höchsten Decimal-Stellen richtig verlangt, so kann mau die abgekürzte Multiplication anwenden.

Um diese gehörig zu verstehen, ist zu erinnern, daß auch die ganzen Zahlen auf zweierlei Weise multiplicirt werden können, man kann nämlich die Multiplikation entweder (wie gewöhnlich) mit der niedrigsten Stelle des Multiplikators beginnen oder mit der höchsten; im ersteu Falle werden die Partial-Produkte jedesmal um eine Stelle von der Rechten gegen die Linke gerückt, im zweiten Falle dagegen werden sie jedesmal um eine Stelle von der Linken gegen die Rechte gerückt. So z. B.

```
       364287          oder     364287
       215945                   215945
      ---------                ---------
      1821435 \               /728574
     1457148   |  Partial-   |  364287
    3278583    |  Produkte   |   1821435
   1821435     |             |    3278583
   364287      |             |     1457148
  728574      /               \     1821435
  -----------                 -----------
  78665956215                 78665956215
```

Auf letztere Art können auch Decimal-Brüche multiplicirt werden, wobei man die Faktoren so anschreibt, daß die Kommata untereinander zu stehen kommen. So z. B.

```
   5,349706
   3,170857
  ----------
  16,049118|
     534970|6
     374479|42
       4279|7648
        267|48530
         37|447942
  ----------------
  16,963152|718042
```

Denkt man sich im letzten Beispiele den auf der rechten Seite des Senkstriches stehenden Keil von Ziffern hinweg, so hat man die abgekürzte Multiplication. Das Weglassen der überflüssigen Ziffern geschieht nach folgenden Regeln:

a) Ist ein Decimal-Bruch mit einem Decimal-Bruche zu multipliciren, so schreibe man den Multiplicator der Art unter den Multiplicand, daß die Kommata unter einander zu stehen kommen.

b) Nun multiplicire man mit der höchsten (bedeutsamen) Ziffer des Multiplicators den ganzen Multiplicand, daher

$$5,349706 \times 3 = 16,049118.$$

c) Ferner multiplicire man mit der nächst kleineren Ziffer des Multiplicators den ganzen Multiplicand mit Ausnahme der äußersten rechts stehenden Ziffer, daher

$$5,34970 \times 0,1 = 0,534970.$$

Die vorausgehende Ziffer wird jedesmal in Gedanken noch multiplicirt, um zu erfahren, wie viele Einheiten herüber zu zählen seien, daher

$$5,34970(6) \times 0,1 = 5,34971.$$

d) Dann multiplicire man mit der nächst kleineren Ziffer des Multiplicators den ganzen Multiplicand mit Ausnahme der beiden letzten rechts stehenden Ziffern, daher

$$5,3497 \times 0,07 = 0,374479.$$

e) Setzt man auf diese Weise die Multiplication fort, so ist

$$5,349 \times 0,0008 = 0,0042797 = 0,004280 \text{ *)}$$
$$5,3 \times 0,00005 = 0,000267$$
$$5 \times 0,000007 = 0,000037.$$

f) Endlich werden alle Partial-Produkte in eine Summe gebracht

16,049118	oder kürzer:	16,049118
0,534971		534971
0,374479		374479
0,004280		4280
0,000267		267
0,000037		37
16,963152		16,963152

Hat der Multiplicand sehr viel, etwa 10 Decimal-Stellen, und man verlangt das Produkt nur auf 5 Stellen genau, so wird die Multiplication mit der 5ten Stelle im Multiplicand begonnen; in Gedanken wird noch die 6te multiplicirt. So z. B.

0,4060895738	oder kürzer:	0,4060895738
0,45763		0,45763
0,162436 **)		162436
0,020304		20304
0,002842		2842
0,000244		244
0,000012		12
0,185838		0,185838

*) Wegen der vorhergehenden Null im Multiplicator wird der Neuner (9) hier in Rechnung gebracht, aber das Produkt auf sechs Stellen abgerundet.

**) In Gedanken: $0,000009 \times 0,4 = 0,0000036 = 0,000004$, daher $4 \times 8 = 32$ und $32 + 4 = 36$.

Man kann auch die höchste Ziffer des Multiplicators unter diejenige Stelle des Multiplicand schreiben, welche im Produkte noch vorkommen soll, die übrigen Ziffer aber in umgekehrter Folge so, daß die niedrigste Ziffer die höchste Stelle einnimmt. Ist z. B. 0,7653478 mit 0,3576 zu multipliciren, und man verlangt das Produkt nur bis auf 3 Stellen genau, so kann also auch auf folgende Weise verfahren werden:

0,7653478	oder als Nachweis	0,7653478	
6753		6753	
2296		2296	0434
383		382	67390
53		53	574346
4		4	5920868
0,2736		0,2736	8837328

§. 13.

Uebungsbeispiele.

a) Theoretische Beispiele.

141) $4{,}356 \times 8 = 34{,}848$. 142) $5{,}3869 \times 16 = 86{,}1904$.

143) $0{,}275 \times 6 = 1{,}65$. 144) $0{,}00365 \times 15 = 0{,}05475$.

145) $0{,}00048 \times 253 = 12144$. 146) $3{,}8 \times 4{,}35 = 16{,}53$.

147) $4{,}827 \times 3{,}5 = 16{,}8945$. 148) $0{,}45 \times 2{,}36 = 1{,}062$.

149) $0{,}489 \times 0{,}387 = 0{,}189243$.

150) $0{,}0075 \times 0{,}00035 = 0{,}000002625$.

151) $0{,}00125 \times 0{,}08 \times 0{,}03 = 0{,}000003$.

152) $3{,}7 \times 2{,}6 \times 5{,}78 \times 3{,}4 = 189{,}05224$.

153) $0{,}89 \times 3 \times 0{,}4 \times 1000 \times 2{,}032 = 2170{,}176$.

154) $5{,}24 \times \frac{5}{8} = 3{,}275$.

155) $12{,}7 \times \frac{5}{6} = 10{,}58333$.

156) $\frac{8}{15} \times 0{,}6 = 0{,}31999\ldots$

157) $\left(\frac{3}{4} + 0{,}238\right) \times \left(\frac{13}{16} - 0{,}025\right) = 0{,}77805$.

158) $(3{,}568 \times 2{,}045) - \left(\frac{3}{16} + 0{,}0085\right) = 7{,}10056$.

159) $(25{,}0078 + 0{,}0086) - \left(\frac{29}{32} \times 0{,}0125\right) = 25{,}005071875$.

160) $\frac{23}{25} \times 0{,}75 \times 8{,}32 \times \frac{49}{64} \times 0{,}029 = 0{,}1274637$.

b) Praktische Beispiele.

161) In einem Dreiecke *) ist die Grundlinie = 348,25 Fuß und die Höhe ist = 298,75 Fuß; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Dreieckes?

Antw. 52019,84375 □′ d. i. 1,30 bayer. Tgw., wenn die Messung mit bayer. Fußmaße geschehen ist.

---

*) Der Flächeninhalt eines Dreieckes wird gefunden, *wenn man die Grundlinie und Höhe mit einander multiplicirt und das Produkt mit 2 dividirt.* Ist die Grundlinie und Höhe mit Zollen gemessen, so erhält man die Fläche in Quadrat-Zollen; ist die Grundlinie und Höhe mit Fußen gemessen, so erhält man die Fläche in Quadrat-Fußen; ist die Grundlinie und Höhe mit Ruthen gemessen, so erhält man die Fläche in Quadrat-Ruthen ꝛc. Ist aber die Grundlinie und Höhe in Ruthen, Fuß, Zoll ꝛc. gegeben, so müßen beide gleichmäßig reducirt oder resolvirt werden. Um den Flächeninhalt eines Dreieckes zu finden, heißt demnach die Regel vollständig also: *Man messe die Grundlinie und Höhe mit* **einerlei Längeneinheit**, multiplicire die erhaltenen Maße *mit einander und dividire dieses Produkt mit 2; das Resultat ist der Inhalt des Dreieckes in Quadrateinheiten.*

Ist in Fig. 8 die Grundlinie AB = b und die Höhe CD = a, so ist der Flächeninhalt (Quadrat-Inhalt) oder

$$q = \frac{ab}{2} \text{ d. i. Dreieck } = \frac{\text{Grundlinie} \times \text{Höhe}}{2}.$$

Dieß ist die *allgemeine* Formel für den Flächeninhalt aller Dreiecke, wobei zu bemerken kommt, daß in der Buchstabenrechnung die Multiplication kürzer angedeutet wird als in der Zifferrechnung; denn dort ist $ab = a \times b$ d. h. man setzt die Buchstaben-Faktoren ohne Zeichen neben einander. Soll eine Größe mit sich selbst multiplicirt werden, so geht die Abkürzung noch weiter, man schreibt nämlich den Grundfaktor nur *einmal* und rechts darüber den *Exponenten* d. i. die Zahl, welche anzeigt, wie oft der Grund-Faktor mit sich selbst multiplicirt werden soll. So z. B. $a \times a = a^2$, $a \times a \times a = a^3$, und a^2 heißt a der zweiten Potenz oder das Quadrat von a; a^3 heißt a der dritten Potenz oder der Kubus von a.

Obiger Satz, nach welchem der Flächeninhalt eines Dreieckes gefunden wird, ist allgemein wahr, also theoretisch richtig; allein in der Praxis ist es nicht gleichgiltig, was besonders die aus dem Plane zu berechnenden Dreiecke für eine Gestalt haben, d. h. es ist nicht gleichgiltig, in welchem Verhältnisse die Basis zur Höhe steht. Das beste Verhältniß ist dieß, *wenn die Summe der Faktoren ein Kleinstes ist*, was allemal eintritt, wenn Basis und Höhe einander gleich sind.

Ist z. B. in einem △ $a = 6$
$b = 6$

so ist $a + b = 12$ und $ab = 36$

also $\triangle = \frac{ab}{2} = 18$ □

162) Ein Garten hat die Form eines Quadrates, wovon eine Seite 318,58 Fuß hält, welchen Flächeninhalt *) hat dieser Garten?

Antw. 101493,2164 □'.

163) Eine Wiese hat die Form eines Rechteckes **), wovon die Länge 42 Ruthen 8 Fuß 3 Zoll (Dec.) und die Breite 3 Ruthen 4 Fuß 9 Zoll (Dec.) hält; wie groß ist der Flächeninhalt?

Antw. 149 □° 47 □' 67 □".

164) Ein Holztheil hat die Form eines Rhombus ***), wovon eine Seite 358,69 Fuß und die senkrechte Breite 213,88 Fuß mißt; welchen Flächeninhalt hat dieser Holztheil?

Antw. 76716,6172 □'.

Ist dagegen $a = 2$
$b = 18$

so ist $a + b = 20$ und $ab = 36$; fehlt man aber in a um + 1, so wird $a = 3$, wornach $ab = 54$ statt 36, also Differenz = 18.

Ist ferner $a = 3$
$b = 12$

so ist $a + b = 15$ und $ab = 36$; fehlt man aber in a um − 1, so wird $a = 2$, wornach $ab = 24$ statt 36, also Differenz = 12.

Ist endlich $a = 6$
$b = 6$

so ist $a + b = 12$ und $ab = 36$; fehlt man nun in a um + 1, so wird $a = 7$, wornach $ab = 42$ statt 36, also Differenz nur = 6.

*) Den Flächeninhalt eines Quadrates (105 und 134) erhält man, wenn man eine Seite mit sich selbst multiplicirt. Ist in Fig. 11 $AB = a$, so ist der Flächeninhalt oder

$$q = a^2$$

Der Ausdruck a^2 ist in der vorigen Anmerkung erklärt worden.

**) Der Flächeninhalt eines Rechteckes (134) wird gefunden, wenn man die Grundlinien mit der Höhe multiplicirt, d. h. wenn man die Länge und Breite mit einander multiplicirt. Ist in Fig. 13 die Grundlinie (Länge) $AB = b$ und die Höhe (Breite) $AC = a$, so ist der Flächeninhalt oder

$$q = ab.$$

***) Der Flächeninhalt eines Rhombus (134) wird gefunden, wenn man die Grundlinie mit der Höhe multiplicirt, d. h. wenn man eine Seite als die Länge annimmt und diese mit der senkrechten Breite multiplicirt. Ist in Fig. 12 die Grundlinie (Länge) $AB = b$ und die Höhe (senkrechte Breite) $CE = a$, so ist der Flächeninhalt oder

$$q = ab.$$

165) Ein Acker hat die Form eines Rhomboids *), wovon die Länge 53 Ruthen 4 Fuß 8 Zoll (Dec.) und die senkrechte Breite 3° 7′ 6″ (Dec.) mißt; wie groß ist der Flächeninhalt?

Antw. 201□° 08□′ 48□″.

166) Ein Garten hat die Form eines Trapezes **), wovon die eine parallele Seite = 203,05 Fuß, die andere parallele Seite = 284,39 Fuß und die Höhe = 102,068 Fuß; welchen Flächeninhalt hat dieser Garten?

Antw. 24876,01296□′.

167) Eine Wiese hat die Form eines Trapezoids ***), bei welchem eine Diagonale = 432,25 Fuß und von den beiden Perpendikeln der eine = 318,36 Fuß und der andere = 185,14 Fuß; welchen Inhalt hat diese Wiese?

Antw. 108818,9375□′.

---

*) Der Flächeninhalt eines Rhomboids (134) wird gefunden, wenn man die Grundlinie mit der Höhe multiplicirt, d. h. wenn man die Länge mit der senkrechten Breite multiplicirt. Ist in Fig. 14 die Grundlinie (Länge) AB = b und die Höhe (senkrechte Breite) CE = a, so ist der Flächeninhalt oder

$$q = ab.$$

Es wird also der Flächeninhalt eines jeden Parallelogramms (162, 163, 164 und 165) gefunden, wenn man die Länge mit der senkrechten Breite multiplicirt, wobei zu bemerken ist, daß beim Quadrat Länge und Breite jedesmal einander gleich sind.

**) Der Flächeninhalt eines Trapezes wird gefunden, wenn man die beiden parallelen Seiten addirt, dann ihre Summen halbirt (mit 2 dividirt) und diese Hälfte mit der Höhe multiplicirt. Ist in Fig. 15 die eine parallele Seite CD = a, die andere parallele Seite AB = b und die Höhe CE = h, so ist der Flächeninhalt oder

$$q = \left(\frac{a + b}{2}\right) h$$

***) Der Flächeninhalt eines Trapezoids wird gefunden, wenn man dasselbe durch eine Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt und für diese (Dreiecke) den Flächeninhalt auf bekannte Weise (161) berechnet und beide Resultate addirt. Ist in Fig. 16 die Diagonale AD = b, das eine Perpendikel BF = a und das andere Perpendikel CE = a′, so ist der Flächeninhalt oder

$$q = \frac{ab}{2} + \frac{a'b}{2} = \tfrac{1}{2} b\,(a + a') = b\left(\frac{a + a'}{2}\right)$$

Soll der Flächeninhalt eines irregulären Polygons berechnet werden, so muß man dasselbe durch Diagonalen in Dreiecke zerlegen. Jedes (geradlinigte) Polygon kann durch Diagonalen in so viele Dreiecke zerlegt werden, als es

168) Der Umfang eines Gartens bildet ein reguläres Polygon von 12 Seiten, wovon eine Seite 42,28 Fuß und das Apothema *) 75,125 Fuß beträgt; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Gartens?

Antw. 19057,71□'.

169) Eine Rennbahn ist im Kreise abgesteckt worden, wovon der Durchmesser 6351,5 bayer. Fuß beträgt; wie groß ist a) die Peripherie **) und b) der Flächeninhalt dieses Kreises?

Antw. ad a) 19953,8724 Fuß. ad b) 31684174,5□' oder genauer 31684174,4540455□'.

Seiten hat weniger zwei; es kann z. B. ein Siebeneck (Fig. 17) in fünf Dreiecke zerlegt werden. Jedes dieser Dreiecke wird auf bekannte Weise (161) berechnet und dann sämmtliche Resultate addirt. Ist ein Theil des Umfanges eines Polygons krummlinigt, z. B. von einem Bächlein begränzt, so wird der Anfang und das Ende dieser krummlinigten Begränzung durch eine gerade Linie verbunden und von dieser nach den Hauptkrümmungen Perpendikel gefällt, wodurch Trapeze entstehen (Fig. 28). Ist der Anfang und das Ende so einer krummlinigten Begränzung sehr weit von einander entfernt, so würden die Perpendikel sehr lange werden, was in der Praxis dadurch vermieden wird, daß man dazwischen einen oder mehre Punkte durch gerade Linien verbindet, wie es in Fig. 29 angedeutet ist.

*) Durch die Eckpunkte eines regulären Polygons (105) kann man einen Kreis gezogen denken. Zieht man nun vom Centrum nach den Eckpunkten die Radien, so zerfällt das Polygon in so viele gleichschenklichte Dreiecke, als das Polygon Seiten hat. Wenn man nun aus dem Centrum eines regulären Vieleckes auf eine Seite ein Perpendikel fällt, so wird dieses Perpendikel das Apothema des Vieleckes genannt. Das Apothema ist also nichts anders als die Höhe eines der gleichschenklichten Dreiecke. Es läßt sich also aus der Größe einer Seite und aus dem Apothema der Flächeninhalt eines jeden regulären Polygons berechnen; denn wenn (Fig. 18) das Apothema CD = a, eine Seite AB = b und die Anzahl der Seiten = n, so ist der Flächeninhalt oder

$$q = \left(\frac{ab}{2}\right) n = \tfrac{1}{2}\, abn$$

Es ist wohl nichts leichter als die Construktion eines regulären Sechseckes; denn man braucht nur den Halbmesser eines Kreises sechsmal als Sehne in der Peripherie herumzutragen. Hieraus erklärt sich auch der einfache Kunstgriff der Faßbinder, wodurch sie die Größe des Bodens, der zu einem Fasse gemacht werden soll, ausfindig machen; denn sie schlagen den Handzirkel so oft an jener Stelle des hohlen Fasses herum, bis sie eine Oeffnung gefunden haben, welche an besagter Stelle genau sechsmal eintrifft, und diese Zirkel-Oeffnung gibt den Halbmesser des verlangten Bodens.

**) In einem jeden Kreise verhält sich der Durchmesser (d) zur Peripherie (p), wie 1 : π. Dieses π (sprich: pi) ist die allgemeine Bezeichnung für die sogenannte

170) Ein Brunnenkasten hat die Form eines Parallelepipedons *), dessen innere Ausmaße folgende sind: Die Länge der Grundfläche =

Ludolphine oder für die ludolphische Verhältnißzahl und bedeutet 3,1416. (Siehe S. 11). Wenn sich daher verhält

$$d : p = 1 : \pi, \text{ so ist}$$
$$p = d\pi, \text{ d. h.}$$

man erhält die Peripherie, wenn man den Durchmesser mit 3,1416 multiplicirt; denn die Peripherie eines Kreises ist immer 3,14159mal größer als der Durchmesser.

Ein weniger genaues Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie ist das von Archimed (lebte zu Syrakus von 287—212 vor Chr.), wornach

$$d : p = 7 : 22.$$

Der Durchmesser enthält zwei Halbmesser oder Radien (r), daher

$$d = 2r.$$

Ist nun statt des Durchmessers nur der Halbmesser gegeben, so ist die Peripherie oder

$$p = 2r\pi = 6{,}283185 \times r.$$

Jeder Kreis ist ein reguläres Polygon von unendlich vielen und von unendlich kleinen Seiten. Der Flächeninhalt eines Kreises ist also die Fläche von unendlich vielen und von unendlich kleinen gleichschenklichten Dreiecken, oder der Flächeninhalt eines Kreises ist gleich dem Flächeninhalte eines Dreieckes, bei welchem die Peripherie die Grundlinie und der Radius die Höhe ist, daher

$$q = \frac{pr}{2} \quad (A)$$

Es ist aber der Radius gleich dem halben Durchmesser, oder

$r = \frac{1}{2} d$, letzteren Werth für r in A substituirt gibt

$$\text{also } q = \frac{pd}{4} = \frac{1}{4} pd \quad (B)$$

Oben ist behauptet worden, daß

$p = d\pi$, letzteren Werth für p in B substituirt gibt

$$\text{also } q = \frac{d^2\pi}{4} = 0{,}785398 \times d^2 \text{ d. h.}$$

man erhält den Flächeninhalt eines Kreises aus dem Durchmesser, wenn man diesen mit sich selbst multiplicirt, dann dieses Produkt mit 3,1416 multiplicirt und endlich letzteres Produkt mit 4 dividirt; oder wenn man das Quadrat des Durchmessers mit dem Viertel der Ludolphine (0,785398) multiplicirt.

Es ist der Flächeninhalt eines Kreises aus dem Radius, oder

$$q = r^2\pi = 3{,}1416 \times r^2.$$

Endlich ist der Flächeninhalt eines Kreises aus der Peripherie, oder

$$q = \frac{p^2}{4\pi} = 0{,}079577 \times p^2.$$

*) Den kubischen oder körperlichen Inhalt eines Parallelepipedons erhält man, wenn man die Länge und Breite der Grundfläche mit einander

12,75 Fuß und deren Breite = 5,25 Fuß, die Höhe des Kastens = 4,5 Fuß; wie viel Kubik-Fuß Wasser faßt dieser Brunnenkasten?

Antw. 301,2 c′ oder genauer 301,21875 c′.

171) Ein gehauener Stein hat die Form einer dreiseitigen Pyramide, *) bei welcher die Grundlinie der Grundfläche 3,5 Fuß, die Höhe der Grundfläche 3,2 Fuß und endlich die Höhe der Pyramide selbst 6,75 Fuß beträgt; wie viel Kubik-Fuß enthält diese Pyramide?

Antw. 12,6 c′.

172) Die Welle **) eines Wasserrades ist 16,5 Fuß lang und hält 3,25 Fuß im Durchmesser; wie viel Kubik-Fuß enthält diese Welle?

Antw. 136,88 c′ oder genauer 136,8798451875 c′.

---

multiplicirt, und wenn man endlich dieses Produkt mit der Höhe multiplicirt.

Ist in Fig. 21 die Länge der Grundfläche AB = b, deren Breite AD = a und die Höhe des Parallelepipedons DE = h, so ist der Rauminhalt (volumen) oder

$$v = abh \text{ d. i. Parallelepipedon} = \text{Länge} \times \text{Breite} \times \text{Höhe}.$$

Es wird der Kubik-Inhalt eines jeden Prisma gefunden, wenn man die Grundfläche mit der Höhe multiplicirt; nun aber sind beim Kubus die Länge (a) und Breite (a) der Grundfläche und die Höhe (a) des Kubus selbst alle drei einander gleich, daher ist der Rauminhalt des Kubus oder

$$v = a^3.$$

*) Den Kubik-Inhalt einer Pyramide erhält man, wenn man die Grundfläche mit dem dritten Theil der Höhe multiplicirt; denn jede Pyramide ist der dritte Theil eines Prisma von gleicher Grundfläche und Höhe.

Ist in Fig. 23 die Grundlinie der Grundfläche BC = b, deren Höhe AF = a und die Höhe der Pyramide DE = h, so ist der Rauminhalt oder

$$v = \frac{ab}{2} \times \frac{h}{3} = \frac{1}{6} abh.$$

Oder bezeichnet man die Grundfläche kurz mit g, so ist der Kubik-Inhalt der Pyramide oder

$$v = \frac{1}{3} gh.$$

**) Den Kubik-Inhalt einer Welle (Cylinder) erhält man, wenn die Grundfläche mit der Höhe multiplicirt wird. Nun aber ist die Grundfläche einer Welle (eines Cylinders) jedesmal ein Kreis, daher ist, wenn (Fig. 24) der Durchmesser der Grundfläche AB = d gegeben ist, deren Inhalt oder

$$q = \frac{d^2\pi}{4} \text{ (sub Nro. 169)}$$

Ist ferner die Höhe CD = h gegeben und multiplicirt man die Grundfläche mit der Höhe, so erhält man den Rauminhalt der Welle oder

$$v = \frac{d^2\pi h}{4} = 0{,}785398 \times d^2h.$$

173) Von einem Kegel beträgt der Halbmesser der Grundfläche 4,75' und die Höhe des Kegels beträgt 13,8'; wie groß ist der Kubik-Inhalt *) dieses Kegels?

Antw. 326,058 c' oder genauer 326,058187275 c'.

174) Ein Baumstamm hat die Form eines abgekürzten **) Kegels, bei welchem der Durchmesser der Grundfläche = 4,125', der Durch-

---

Aus dem Radius (r) der Grundfläche eines Cylinders und aus dessen Höhe (h) ist der Rauminhalt oder

$$v = r^2 \pi h = 3{,}1416 \times r^2 h.$$

Aus dem Umfang (p) der Grundfläche eines Cylinders und aus dessen Höhe (h) ist der Rauminhalt oder

$$v = \frac{p^2 h}{4\pi} = 0{,}079577 \times p^2 h.$$

*) Den Kubik-Inhalt eines Kegels erhält man, wenn man die Grundfläche mit dem dritten Theile der Höhe multiplicirt; denn jeder Kegel ist der dritte Theil eines Cylinders von gleicher Grundfläche und Höhe.

Bezeichnet man die Grundfläche des Kegels kurz mit g, so ist der Rauminhalt oder

$$v = \tfrac{1}{3} g h.$$

Die Grundfläche (g) des Kegels ist jedesmal ein Kreis; nun aber ist die Kreisfläche (heißen wir sie hier g, während sie oben sub Nro. 169 mit q bezeichnet worden ist)

α) aus dem Radius (r) oder

$$g = r^2 \pi$$

β) aus dem Durchmesser (d) oder

$$g = \frac{d^2 \pi}{4}$$

γ) aus der Peripherie (p) oder

$$g = \frac{p^2}{4\pi}$$

Wenn daher in Fig. 25 der Radius der Grundfläche AC = r und die Höhe BC = h, so ist der Rauminhalt des Kegels oder

$$v = \frac{r^2 \pi h}{3} = 1{,}047198 \times r^2 h.$$

Aus dem Durchmesser (d) der Grundfläche eines Kegels und aus dessen Höhe (h) ist der Rauminhalt oder

$$v = \frac{d^2 \pi h}{12} = 0{,}261799 \times d^2 h.$$

Aus der Peripherie (p) der Grundfläche eines Kegels und aus dessen Höhe (h) ist der Rauminhalt oder

$$v = \frac{p^2 h}{12\pi} = 0{,}0265258 \times p^2 h.$$

**) Der Kubik-Inhalt eines abgekürzten Kegels wird gefunden, wenn man zum Quadrate des größeren Durchmessers (D^2) addirt das Produkt des größeren Durch-

messer der Deckfläche = 3,75' und endlich die Höhe = 28,5; wie viel Kubik-Fuß beträgt der körperliche Inhalt dieses Baumstammes?

Antw. 347,299 c' oder genauer 347,2988718515625 c'.

175) Wie groß ist der Kubik-Inhalt einer Kugel *), wenn ihr Durchmesser 3,5' beträgt?

Antw. 22,449 c' oder genauer 22,449307125 c'.

176) Das specifische **) Gewicht eines Sandsteines ist = 2,699; wie schwer ist daher eine Rundsäule (Cylinder) aus diesem Sandsteine von 25,308 bayer. Kubik-Fuß?

Antw. 3032,44 bayer. ℔ oder genauer 3032,4441720816 bayer. ℔.

177) Ein Grundbesitzer hatte einen Acker von 10 Tgw. 89 Dez. mit der 15ten Bonitäts-Klasse. Diese Klasse schien ihm im Vergleiche mit dem hiezu passenden Musteracker zu hoch zu sein, weßhalb er da-

---

messers in den kleineren (Dd) und das Quadrat des kleineren Durchmessers (d^2), wenn man ferner diese Summe multiplicirt mit der Ludolphine (π) und mit der Höhe (h) und wenn man endlich dieses Produkt mit 12 dividirt.

Ist in Fig. 26 der kleinere Durchmesser AB = d, der größere Durchmesser DE = D und endlich die Höhe CF = h, so ist der Rauminhalt oder

$$v = \frac{(D^2 + Dd + d^2)\,\pi h}{12} = 0{,}261799 \times (D^2 + Dd + d^2)\,h$$

Aus den Radien der beiden Grundflächen (R und r) eines abgekürzten Kegels und aus dessen Höhe (h) ist der Rauminhalt oder

$$v = \frac{(R^2 + Rr + r^2)\,\pi h}{3} = 1{,}047198 \times (R^2 + Rr + r^2)\,h$$

*) Der Kubik-Inhalt einer Kugel wird aus dem Durchmesser gefunden, wenn man den Kubus des Durchmessers (d^3) mit der Ludolphine (π) multiplicirt und dieses Produkt mit 6 dividirt.

Ist in Fig. 27 der Kugeldurchmesser AB = d, so ist der Rauminhalt oder

$$v = \frac{d^3\pi}{6} = 0{,}523599 \times d^3$$

Aus dem Radius (r) einer Kugel ist deren Rauminhalt oder

$$v = \frac{4r^3\pi}{3} = 4{,}18879 \times r^3$$

Aus dem Umfang (p) einer Kugel ist deren Rauminhalt oder

$$v = \frac{p^3}{6\pi^2} = 0{,}016887 \times p^3$$

**) Was specifisches Gewicht sei und wie man durch dasselbe aus dem Rauminhalte eines Körpers sein absolutes Gewicht berechnen könne, findet sich in Einsle's Maßzusammenstellung Seite 109—119.

gegen reklamirte *). Das Compromiß-Gericht **) entschied für die zwölfte Klasse, so daß also dieser Acker für immer die 12te Bonitäts-Klasse behält; es ist daher die Frage: a) wie hoch berechnete sich das Grundsteuer-Simplum ***) nach der 15ten Bonitäts-Klasse, b) wie hoch berechnet sich das Grundsteuer-Simplum nach der 12ten Bonitäts-Klasse, c) um wie viel Grundsteuer zahlt er auf ein Simplum weniger als früher und d) um wie viel zahlt er an der ganzen (jährlichen) Grundsteuer weniger, wenn 2,2 Simpla erhoben werden?

Antw. ad a) 163,4 Verhältnißzahl †) gibt 2 fl. 43 kr. 3 hl. einfache Steuer,
ad b) 130,7 Verhältnißzahl gibt 2 fl. 10 kr. 6 hl. einfache Steuer,
ad c) auf 1 Steuer-Simplum trifft weniger 32 kr. 5 hl.
ad d) an der ganzen Jahressteuer trifft weniger 1 fl. 11 kr. 6 hl. ††)

---

*) Nach §. 93 des bayer. Grundsteuergesetzes vom 15. August 1828 wird gegen unrichtige Classification der Grundstücke der Reklamationstermin auf ein Jahr und drei Monate festgesetzt. Gemäß §. 98 desselben Gesetzes müssen die Reklamationen gegen fehlerhafte Classificationen bei den einschlägigen Distrikts-Polizeibehörden zu Protokoll angemeldet werden.

**) d. i. ein Gericht von sachverständigen Schiedsrichtern oder ein Gericht von verpflichteten Schätzern. Wie dieses Gericht zusammengesetzt werde, ist im §. 101 des allegirten Grundsteuergesetzes bestimmt.

***) Wie die Verhältnißzahl und daraus die einfache Grundsteuer berechnet werde, findet man Belehrung nicht nur in §. 83 und 84 des bayer. Grundsteuergesetzes vom 15. August 1828, sondern auch in Einsle's Maßzusammenstellung auf Seite 52.

†) Hier sind die Verhältnißzahlen und Geldbeträge so ausgesetzt, wie es in Mittelfranken, Schwaben und Neuburg 2c. gebräuchlich ist. Für Oberfranken berechnen sich dieselben also:

ad a) 163,35 Verhältnißzahl gibt 2 fl. $43^{35}/_{100}$ kr. einfache Steuer.
ad b) 130,68 „ „ 2 fl. $10^{68}/_{100}$ kr. „ „
ad c) auf 1 Steuer-Simplum trifft weniger $32^{67}/_{100}$ kr.
ad d) an der ganzen Jahressteuer trifft weniger 1 fl. $11^{87}/_{100}$ kr.

††) Denn 32 kr. 5 hl. = 32,625 kr., diese mit 2,2 multiplicirt gibt 71,775 kr. = 1 fl. 11 kr. 6 hl.

§. 14.

Division der Decimal-Brüche.

Aufgabe: Decimal-Brüche zu dividiren. *)

Auflösung: Decimal-Brüche werden nach folgenden Regeln dividirt:

a) Sind Decimal-Brüche durch Decimal-Brüche, oder Decimal-Brüche durch ganze Zahlen, oder ganze Zahlen durch Decimal-Brüche zu dividiren, so schreibe man den Dividenden und den Divisor in Gestalt eines gemeinen Bruches **), hänge dem Zähler oder Nenner, je nachdem der eine oder der andere weniger Decimal-Stellen hat, so viel Nullen an, daß beide gleichviel Decimal-Stellen erhalten, lasse die Kommata und die etwa links stehenden Nullen weg und verwandle hierauf diesen gemeinen Bruch in einen Decimal-Bruch.

b) Sind Decimal-Brüche durch gemeine Brüche, oder gemeine Brüche durch Decimal-Brüche zu dividiren, so verwandle man entweder den gemeinen Bruch in einen Decimal-Bruch, oder man sehe den Decimal-Bruch für eine ganze Zahl an und verrichte die Division; nur muß das Komma im Quotienten jedesmal an die gehörige Stelle gesetzt werden.

---

*) Der Lehrer wird gut thun, wenn er die hieher gehörigen Erklärungen und Grundsätze kurz wiederholt.

A) Erklärungen: a) Ist ein Produkt und der eine Faktor gegeben, und man sucht den andern Faktor, so heißt dieß dividiren.

b) Das gegebene Produkt heißt Dividend.

c) Der gegebene Faktor heißt Divisor.

d) Der gesuchte Faktor heißt Quotient.

Das Zeichen der Division besteht in zwei übereinander stehenden Punkten (:) oder in einem Querstriche (—), so daß der Dividend oberhalb und der Divisor unterhalb desselben zu stehen kommt. Gelesen wird das Divisionszeichen: dividirt durch.

So z. B. { Dividend 24 : Divisor 8 = Quotient 3 } d. h. 24 dividirt durch 8 ist gleich 3.

B) Grundsätze und zwar a) allgemeine Grundsätze wie im §. 8.

b) Grundsätze der Division, nämlich:

1) Gleiches durch Gleiches dividirt gibt Gleiches.

2) Jede Größe durch 1 dividirt gibt die unveränderte Größe zum Quotienten, oder (wie man auch zu sagen pflegt) Eins (1) dividirt nicht.

**) Bei jedem gemeinen Bruche kann der Zähler als Dividend, der Nenner als Divisor und der Bruch selbst als Quotient betrachtet werden;

denn z. B. $\frac{3}{4} = 3 : 4$ d. h. $\frac{3}{4}$ ist eine angedeutete Division.

Erläuterungsbeispiele ad a)

$$4565{,}33 : 59{,}29 = \frac{4565{,}33}{59{,}29} = \frac{456533}{5929} = 77;$$

```
denn 456533
     :5929
     41503
     -----
      41503
      :5929
      41503
      -----
        0
```

$$2{,}53944 : 7{,}2 = \frac{2{,}53944}{7{,}2} = \frac{2{,}53944}{7{,}20000} = \frac{253944}{720000} = 0{,}3527;$$

```
denn 2539440
     :7200000
     216000
     ------
      379440
      :72000
      36000
      -----
       19440
       :7200
       1440
       ----
        5040
        :720
        504
        ---
         0
```

$$2{,}134 : 0{,}12 = \frac{2{,}134}{0{,}12} = \frac{2{,}134}{0{,}120} = \frac{2134}{120} = 17{,}783 \ldots;$$

```
denn 2134
     :120
     ----
      934
     :120
      840
      ---
       940
      :120
       84
       ---
       100
       :12
        96
        --
        40
       :12
        36
        --
         4 (Rest)
```

$$0{,}2795 : 0{,}65 = \frac{0{,}2795}{0{,}65} = \frac{0{,}2795}{0{,}6500} = \frac{2795}{6500} = 0{,}43;$$

denn 2795Ø
:650Ø
2600
195Ø
:65Ø
195
0

$$104{,}364 : 18 = \frac{104{,}364}{18} = \frac{104{,}364}{18{,}000} = \frac{104364}{18000} = 5{,}798;$$

denn 104364
:18000
90000
14364Ø
:1800Ø
12600
1764Ø
:180Ø
1620
144Ø
:18Ø
144
0

$$0{,}050653 : 37 = \frac{0{,}050653}{37} = \frac{0{,}050653}{37{,}000000} = \frac{50653}{37000000} = 0{,}001369;$$

denn 50653 :37000000 } = 0,
50653Ø :3700000Ø } = 0,0
50653Ø :370000Ø } = 0,00
50653Ø :37000Ø } = 0,001
13653Ø :3700Ø 11100 } = 0,0013
2553Ø :370Ø 2220 } = 0,00136
333Ø :37Ø 333 } = 0,001369
0

$$24 : 0{,}006 = \frac{24}{0{,}006} = \frac{24{,}000}{0{,}006} = \frac{24000}{6} = 4000.$$

Anmerkung: Sind im Zähler und Nenner gleichviel Decimalstellen hergestellt, so bleibt der Werth des Bruches unverändert; wenn man in beiden das Komma wegläßt, weil dadurch Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplicirt werden, nämlich mit 1 sammt so viel angehängten Nullen, als in jedem Decimalstellen vorhanden sind. Daher läßt sich jede Division mit Decimal-Brüchen in eine solche mit ganzen Zahlen umformen.

So z. B.: $19{,}652 : 3{,}4 = 19{,}652 : 3{,}400 = 19652 : 3400 = 5{,}78.$

Erläuterungsbeispiele ad b)

$$5{,}16 : \frac{8}{9} = 5{,}16 \times \frac{9}{8} = \frac{5{,}16 \times 9}{8} = \frac{46{,}44}{8} = 5{,}805.$$

$$0{,}642 : \frac{7}{8} = 0{,}642 \times \frac{8}{7} = \frac{0{,}642 \times 8}{7} = \frac{5{,}136}{7} = 0{,}7337\ldots = 0{,}734.$$

$$\frac{3}{5} : 0{,}12 = \frac{3}{5 \times 0{,}12} = \frac{3}{0{,}60} = \frac{3}{0{,}6} = \frac{3{,}0}{0{,}6} = \frac{30}{6} = 5.$$

$$6\frac{5}{16} : 2{,}56 = 6{,}3125 : 2{,}56 = \frac{6{,}3125}{2{,}56} = \frac{6{,}3125}{2{,}5600} = \frac{63125}{25600} = 2{,}465\ldots$$

Zusatz 1. Ein Decimal-Bruch wird durch 10, 100, 1000 2c. d. h. durch 1 sammt angehängten Nullen dividirt, wenn man das Komma um so viele Stellen von der Rechten zur Linken rückt, als der Divisor Nullen hat.

So z. B. $2458{,}7 : 10 = 245{,}87$ $\quad 5{,}43 : 10 = 0{,}543$
$2458{,}7 : 100 = 24{,}587$ $\quad 5{,}43 : 100 = 0{,}0543$
$2458{,}7 : 1000 = 2{,}4587$ $\quad 5{,}43 : 1000 = 0{,}00543$

$0{,}045 : 10 = 0{,}0045$
$0{,}045 : 100 = 0{,}00045$
$0{,}045 : 1000 = 0{,}000045$

Zusatz 2. Als eine Division mit Decimalen läßt sich auch der Fall aus der Division mit ganzen Zahlen behandeln, wenn der Divisor in seinen letzten Stellen Nullen hat. Man streicht die Nullen aus, und schneidet vom Dividenden ebensoviel Stellen von der Rechten nach der Linken ab, als Nullen ausgestrichen wurden; die abgeschnittenen Stellen sind dann als Decimalen zu betrachten. So z. B.

$580003 : 8100 = 5800{,}03 : 81\not{0}\not{0} = 71{,}6053\ldots$

Anmerkung. Sind Decimal-Brüche mit sehr vielen Decimal-Stellen zu dividiren, deren Quotienten man aber nur auf etliche der höchsten Decimal-Stellen genau verlangt, so kann man die abgekürzte Division auf folgende Weise anwenden:

Man dividirt den Dividend durch den Divisor wie gewöhnlich; aber statt den jedesmaligen Rest mit 10 zu multipliciren oder ihm eine Null anzuhängen, kann man den Divisor durch 10 dividiren oder ihm eine Stelle rechts wegnehmen. Ist nun die wegzunehmende Stelle eine Null, so geht an der Genauigkeit nichts verloren, je größer sie aber ist, desto größer wird der dadurch veranlaßte Fehler. Ist diese Stelle größer als 4, so kann man, um den Fehler einiger Massen zu verbessern, die nächst vorhergehende Ziffer um

eine Einheit vergrößern. Das Komma im Quotienten muß bestimmt werden, bevor man im Divisor eine Ziffer fallen läßt.

Ist z. B. 0,30612222.... durch 0,4285713 zu dividiren und man verlangt im Quotienten nur etliche der höchsten Ziffern genau, so wird also verfahren:

$$0{,}30612222 : 0{,}4285713 = \frac{0{,}30612222}{0{,}42857130} = \frac{30612222}{42857130} = 0{,}7142853\ldots.;$$

denn 30612222
:4285713
29999991
612231
:428571
183660
:42857
171428
12232
:4286
8572
3660
:429
3432
228
:43
215
13
:4
12
1

$$7{,}632035 : 3{,}716048 = \frac{7632035}{3716048} = 2{,}0538\ldots. = 2{,}054;$$

denn 7632035
:3716048
7432096
199939
:371605
199939
:37161
185805
14134
:3716
11148
2986
:372 u. s. w.

$$10{,}926954 : 0{,}3547808 = \frac{10{,}9269540}{0{,}3547808} = \frac{109269540}{3547808} = 30{,}7991\ldots. = 30{,}799;$$

denn 109269540
:3547808
10643424
2835300
:3547808
2835300
:354781
2483467
351833
:35478
319302
32531
:3548
31932
599
:355 u. s. w.

Zur Probe kann man diese Beispiele auf gewöhnliche Weise berechnen.

§. 15.

Uebungsbeispiele.

a) Theoretische Beispiele.

178) 17,409117 : 4,378 = 3,9765.
179) 15,713 : 18,13 = 0,86668505.... = 0,86669.
180) 219,7 : 0,013 = 16900.
181) 0,2219904 : 0,576 = 0,3854.
182) 0,046 : 0,00762089 = 6,0360404.... = 6,036.
183) 655,36 : 16 = 40,96.
184) 0,070173 : 2034 = 0,0000345.
185) 0,01765125 : 375 = 0,00004707.
186) 150 : 1,28 = 117,1875.
187) 273,694 : 543 = 0,50404051.... = 0,504.
188) 2700 : 0,0625 = 432000.
189) 374 : 2,4 = 155,833333.... = 155,83.
190) 0,000215 : 316 = 0,0000006803797....

Anmerkung: Es trifft sich oft, daß man eine ganze Zahl durch eine ganze Zahl zu dividiren hat und die Division nicht aufgeht, in welchem Falle man dem Reste den Divisor als Nenner untersetzt und den dadurch erhaltenen gemeinen

Bruch in möglichst kleiner Form dem Quotienten beifügt; allein man kann den Quotienten auch als Decimal-Bruch angeben, indem man nach den Ganzen ein Komma macht, dem Reste eine Null anhängt und die Division so fortsetzt. Kommen bei einer solchen Division keine Ganzen zum Vorschein, so setzt man an deren Stelle eine Null. So z. B.:

191) $600 : 64 = 9{,}375.$ 192) $700 : 128 = 5{,}46875.$
193) $13 : 125 = 0{,}104.$ 194) $8 : 6250 = 0{,}00128.$
195) $38076 : 137 = 277{,}92700729 \ldots = 277{,}927.$
196) $33 : 37 = 0{,}891 \ldots = 0{,}89.$
197) $23 : 135 = 0{,}1703 \ldots = 0{,}17.$

---

198) $4{,}53 : \frac{4}{5} = 5{,}6625.$ 199) $0{,}056 : \frac{9}{25} = 0{,}155 \ldots = 0{,}16.$
200) $4\frac{5}{8} : 0{,}036 = 128{,}4722 \ldots = 128{,}47.$
201) $3\frac{5}{6} : 2{,}03 = 1{,}88833 \ldots = 1{,}89.$
202) $6\frac{4}{9} : 32 = 0{,}20138 \ldots = 0{,}2014.$
203) $216 : 8\frac{7}{13} = 25{,}297 \ldots = 25{,}3.$

---

204) $(27 \times 3{,}06) + (18{,}4 \times 0{,}07) - 49{,}56743 = 34{,}3406.$

205) $(13{,}583 \times 0{,}0674) + \frac{17{,}843}{24{,}5} = 1{,}6437.$

206) $\left(\frac{3{,}7 \times 0{,}5}{28{,}4}\right) + \left(\frac{76{,}3 \times 0{,}06}{0{,}56}\right) = 8{,}2401.$

207) $\frac{(67{,}43 \times 6{,}4) - (58{,}47 \times 0{,}67)}{(37{,}58 \times 1{,}8) + (3{,}5 \times 8{,}72)} = 3{,}9972.$

208) $\frac{\left(\frac{5}{7} + \frac{3}{5} + 2{,}067\right) \times \left(2\frac{1}{2} - 0{,}025\right)}{\left(0{,}235 + 2\frac{7}{8}\right) \times \left(2\frac{4}{5} + \frac{5}{8}\right)} = 0{,}785 \ldots$

b) Praktische Beispiele.

209) Eine Wiese hat die Form eines Dreieckes, *) deren Fäche $= 82167 \square' \; 59 \square'' \; 37'5 \square'''$ (Dec.), die Grundlinie dieses Dreieckes ist $= 415' \; 2'' \; 5'''$ (Dec.); wie groß ist die Höhe?

Antw. $395' \; 7'' \; 5''' = 395{,}75$ Fuß.

---

*) In der Anmerkung zu Nro. 161 ist gezeigt worden, wie der Flächeninhalt eines Dreieckes gefunden werde; die allgemeine Formel ist

$q = \frac{a\,b}{2}$, hieraus läßt sich die Formel für die Höhe (a) ableiten;

denn $2 = 2$ (Jede Größe ist sich selbst gleich.)

$2q = ab$ (Gleiches mit Gleichem multiplicirt gibt Gleiches.)

210) Ein Holztheil hat die Form eines Rechteckes, *) dessen Fläche 21598,575 □'; die Länge desselben beträgt 708,15 Fuß; wie breit ist derselbe?

Antw. 30,5 Fuß.

211) Ein Krautbeet hat die Form eines Rhombus, dessen Fläche = 476 □' 62 □'' 50''' (Dec.); die senkrechte Breite desselben beträgt 15' 5'' (Dec.); wie lang ist eine Seite desselben?

Antw. 30' 7'' 5''' = 30,75 Fuß.

212) Ein Acker hat die Form eines Rhomboids, dessen Fläche = 66030,125 □ Ruthen; die Länge desselben beträgt 820,25 Ruthen; wie breit ist derselbe?

Antw. 80,5 Ruthen.

213) Eine Wiese hat die Form eines Trapezes, **) wovon die eine parallele Seite 206,08 Fuß, die andere parallele Seite 280,06 Fuß und der Flächeninhalt 26373,095 □ Fuß beträgt; wie breit ist diese Wiese?

Antw. 108,5 Fuß.

$2q = ab$
$b = b$ (Jede Größe ist sich selbst gleich.)

$\frac{2q}{b} = a$ (Gleiches mit Gleichem dividirt gibt Gleiches.)

Also $a = \frac{2q}{b}$ d. h. man erhält die Höhe eines Dreieckes, wenn man die doppelte Fläche durch die Grundlinie dividirt.

Und analog ist

$$b = \frac{2q}{a}$$

*) In der Anmerkung zu Nro. 163 ist die Formel für die Fläche eines Rechteckes enthalten, nämlich

$$q = ab$$

Hieraus läßt sich die Formel für die Länge und Breite ableiten; denn

$a = \frac{q}{b}$ d. h. man erhält die Breite eines Rechteckes, wenn man die Fläche durch die Länge dividirt.

Und analog ist

$$b = \frac{q}{a}$$

**) In der Anmerkung zu Nro. 166 ist die Formel angegeben, nach welcher der Flächeninhalt eines Trapezes berechnet wird. Aus dieser Formel läßt eine andere ableiten, nach welcher aus den beiden parallelen Seiten und aus der Fläche die Höhe (oder die senkrechte Breite) gefunden werden kann; denn

214) Die Peripherie *) eines Kreises ist = 572,5566 Fuß; wie groß ist der Durchmesser dieses Kreises?

Antw. 182,25 Fuß.

215) Wie groß ist der Halbmesser **) eines Wasserrades, dessen Umfang = 42,4116 Fuß?

Antw. 6,75 Fuß.

216) Ein Wagenrad hat 3′ 4″ 5‴ (Dec.) im Durchmesser; wie oft muß es sich umdrehen bis der Wagen eine geographische Meile oder 25422,05 bayer. Fuß durchlaufen hat?

Antw. 2345,5 Mal.

217) Eine Mauer ***) ist 8,25 Fuß hoch, 3,75 Fuß dick und hält 15484 c′ 218 c″ 750 c‴; wie lang ist die Mauer?

Antw. 500,5 Fuß.

$$q = \left(\frac{a+b}{2}\right) h = \frac{1}{2}(a+b)\,h$$

$$\frac{2 = 2}{2q = (a+b)\,h}$$

$$\frac{a+b = a+b}{\text{also } \frac{2q}{a+b} = h, \text{ oder}}$$

$$h = \frac{2q}{a+b}$$

*) In der Anmerkung zu Nro. 169 ist die Formel angegeben, nach welcher man die Peripherie eines Kreises aus dem Durchmesser berechnen kann, nämlich

$$p = d\pi$$

Hieraus läßt sich die Formel ableiten, nach welcher man den Durchmesser eines Kreises aus der Peripherie finden kann, nämlich

$$d = \frac{p}{\pi}$$

**) Die Anmerkung zu Nro. 169 enthält die Formel für die Peripherie eines Kreises aus dem Radius; es ist nämlich

$$p = 2r\pi$$

$$\text{also } r = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}p = 0{,}159155 \times p$$

***) Die Anmerkung zu Nro. 170 enthält die Formel für den Rauminhalt eines Parallelepipedons; es ist nämlich

$$v = abh$$

$$\text{also } b = \frac{v}{ah}$$

218) Wie hoch ist eine Pyramide, *) wenn ihre quadratförmige Grundfläche 20,25 □' und ihr Kubik-Inhalt 126,5625 c' enthält?

Antw. 18,75 Fuß.

219) Ein englischer Eilwagen macht gesetzlich eine englische Meile oder 4963,23 Pariser Fuß in 6 Minuten; wie groß ist seine Geschwindigkeit? **)

Antw. 13,78.... Fuß d. h. in 1 Secunde 13' 7" 8''' altes Pariser Maß.

220) Eine Walze von Gußeisen wiegt 72 ℔ 24 Loth bayer. Gewicht; wie groß ist der Kubik-Inhalt dieser Walze im Decimal-Maße, da das specifische ***) Gewicht des Gußeisens = 7,23 ist?

Antw. 0,227 bayer. Kubik-Fuß oder genauer 0,2266535869.... c'

221) Das Volumen eines metallenen Kegels ist = 2,765 c' und wiegt 13 Ctr. 88,32 ℔ bayer. Gewicht, was hat das Metall, woraus dieser Kegel besteht, für ein specifisches Gewicht?

Antw. 11,3099 oder 11,31.

222) Ein Balken hat 15,75 Fuß in der Länge, 2,25 Fuß in der

---

*) Die Anmerkung zu Nro. 171 enthält die Formel für den Rauminhalt einer Pyramide; es ist nämlich

$$v = \tfrac{1}{3} g h$$

$$\text{also } h = \frac{3v}{g}$$

**) Unter Geschwindigkeit eines sich gleichförmig bewegenden Körpers versteht man den Weg, den er in einer Zeiteinheit (Secunde) zurücklegt. Wenn z. B. ein Körper in 5 Secunden 100 Fuß zurücklegt, so ist seine Geschwindigkeit = 20 Fuß; denn $c = \frac{s}{t}$ d. h. man erhält die Geschwindigkeit (c = celeritas) eines Körpers, wenn man den durchlaufenen Raum (s = spatium) durch die Zeit (t = tempus) dividirt.

***) Ueber specifisches Gewicht siehe Einsle's Maßzusammenstellung Seite 109—119. Hier ist daher nur mehr nachzutragen die allgemeine Formel, nämlich

$$a = s \cdot v \cdot ℔\text{, worin}$$

a = das absolute Gewicht, s = das specifische Gewicht, v = den körperlichen Inhalt (volumen) und endlich ℔ = die Anzahl der Pfunde, welche 1 Kubikfuß destillirten Wassers bei + 3,3° R. wiegt (1 bayer. Kubikfuß destillirten Wassers wiegt 44,3948 ℔). Für den Kubikinhalt ergibt sich also folgende Formel:

$$v = \frac{a}{s \cdot ℔}$$

Breite und 1,5 Fuß in der Dicke; wie groß ist die ganze Oberfläche *) (Umflächung) dieses Balkens?

Antw. 124,875 □'

223) Eine Rundsäule (Cylinder) ist 6,89 Fuß hoch und hat im Durchmesser 0,98 Fuß; wie groß ist der Mantel **) dieser Säule?

Antw. 21,21 □' oder genauer 21,21271152 □'

224) Die Seite eines Kegels beträgt 8,29 Fuß und der Durchmesser der Grundfläche desselben ist 5,78 Fuß; wie groß ist der Mantel ***)?

Antw. 75,27 □' oder genauer 75,26676696 □'

225) Der Durchmesser einer Kugel ist = 3,5 Fuß; wie groß ist die Oberfläche †) dieser Kugel?

Antw. 38,4846 □'

---

*) Die ganze Oberfläche oder Umflächung (u) eines Parallelepipedons erhält man nach folgender Formel:

$$u = 2\,(ab + ah + bh),\ \text{worin}$$

(wie in der Anmerkung zu Nro. 170) die Länge der Grundfläche = b, die Breite der Grundfläche = a und die Höhe des (senkrechten) Parallelepipedons = h.

Die Mantelfläche eines senkrechten Prisma d. i. die Oberfläche ohne die beiden Grundflächen ist gleich dem Produkte aus dem Umfange der Grundfläche in die Höhe. Ist z. B. das Prisma dreiseitig und heißen die drei Seiten der Grundfläche a, b und c, so ist der Mantel oder

$$m = (a + b + c)\,h$$

Das Beispiel Nro. 222 ist ein Multiplications-Beispiel und gehört nur in so ferne hieher, als man es umkehrt, wenn man nämlich aus der Oberfläche, der Länge und der Breite die Höhe 2c. sucht.

**) Wenn man die Peripherie der einen Grundfläche mit der Höhe des (senkrechten) Cylinders multiplicirt, so erhält man den Flächeninhalt seines Mantels oder

$$m = ph$$
$$= d\pi h$$
$$= 2r\pi h$$

Wird der Flächeninhalt der beiden Grundflächen addirt, so erhält man ganze Umflächung.

Das Beispiel Nro. 223 ist ein Multiplicationsbeispiel und gehört nur in so ferne hieher, als man es umkehrt, wenn man nämlich aus dem Mantel und der Höhe die Peripherie der Grundfläche 2c. sucht.

***) Wenn man die Peripherie der Grundfläche mit der halben Seite (s) multiplicirt, so erhält man den Mantel des Kegels, oder

$$m = \tfrac{1}{2}sp$$
$$= \tfrac{1}{2}sd\pi$$
$$= sr\pi$$

†) Die Oberfläche einer Halbkugel ist gleich dem Flächeninhalte zweier größten

226) Im Königreiche Bayern ist irgend ein Bauerngut erbrechtsweise *) grundbar zur Gutsherrschaft Lobenstein. Vor dem Jahre 1848 war das Grundbarkeitsverhältniß der Art, daß bei jeder Besitz-Veränderung unter Lebenden d. h. bei jedem Besitz-Antritt eines neuen Meiers $7\frac{1}{2}$ Procent aus dem Gutswerthe **) als Laudemium an die Grund- oder Gutsherrschaft Lobenstein bezahlt werden mußte. Dieses Gut war gerichtlich geschätzt auf 8600 fl. und hat eine Gesammtverhältnißzahl von 838,6. Außer dem Handlohn haftet auf diesem Gute ein Zehent-Fixum von

---

Kreise der nämlichen Kugel, oder $= 2r^2\pi$, daher die Oberfläche der ganzen Kugel, oder

$$0 = 4r^2\pi = 12{,}56637 \times r^2$$
$$= d^2\pi = 3{,}1416 \times d^2$$
$$= \frac{p^2}{\pi} = 0{,}31831 \times p^2$$

Das Beispiel Nr. 225 ist ein Multiplications-Beispiel und gehört nur in so fern hieher, als man es umkehrt, wenn man nämlich aus der Oberfläche den Radius ꝛc. sucht, was aber erst später, nachdem das Quadrat-Wurzelausziehen gezeigt ist, geschehen kann.

*) Das Eigenthum (dominium) besonders über liegende Gründe (Grundstücke) zerfällt (vor dem Jahre 1848) in

a) Alleineigenthum und

b) Miteigenthum (Ober- und Nutz-Eigenthum).

Das Miteigenthum kann sein

α) widerrufliches Eigenthum. Ein solches waren bisher die Leibrechts-, Leibgeding-, Neustifts- und Herrengunst-Güter.

β) unwiederrufliches Eigenthum. Ein solches waren bisher die Beutel- und Rittergutslehen, Bauernlehen, Schupfenlehen ꝛc., die Erbzins- oder Erbrechtsgüter, die freistiftigen Güter ꝛc.

Zum Zeichen des unvollständigen Eigenthums mußte der Nutzeigenthümer oder Grundhold dem Obereigenthümer oder Grundherrn beim Gutsantritte oder beim Gutsabtritte ein Laudemium bezahlen d. h. der Grundhold mußte das Miteigenthumsrecht durch eine gewisse Summe Geld, gewöhnlich in Procenten des Gutswerthes, ankaufen oder ablösen — er mußte reluiren, daher Relevium oder Laudemium ziemlich gleichbedeutend sind.

**) Der Gutswerth wird als Kapital angesehen und hieraus der Erbzins (Laudemium, Handlohn, Lehengeld) nach den herkömmlichen Procenten berechnet. Uebrigens wird der Erbzins an verschiedenen Orten nach den verschiedenartigsten Observanzen (Herkommen) zu 5%, $7\frac{1}{2}$%, 10%, 15% ꝛc. berechnet. Ist der bisherige Gutswerth, wie er sich in den Urbarien (Grundbüchern) vorfindet, zur Ermittlung des Handlohns nicht mehr annehmbar, so kann ein neuer durch gerichtliche Schätzung oder durch freiwilliges Uebereinkommen ermittelt werden.

1 Mtz.	3 Vlg.	2 Sechsz.	Weizen	
2 „	— „	1 „	Korn (Roggen)	
1 „	2 „	3 „	Gerste	
2 „	— „	1 „	Haber.	

Im Jahre 1849 zieht auf diesem Bauerngute ein neuer Meier (Besitzer) auf, dieser muß nun gemäß Art. 15 des bayer. Ablösungsgesetzes vom 4. Juni 1848 vom erbrechtigen Gute den einfachen Betrag des treffenden Handlohns baar erlegen und den ein halbfachen Betrag desselben kann er baar erlegen oder er kann ihn als ein Bodenzinskapital auf dem Gute liegen lassen, wofür von nun an jährlich 4% Bodenzins bezahlt werden müssen *).

Das Zehent-Fixum kann nach Art. 23 desselben Gesetzes ganz oder theilweise durch baare Erlegung des achtzehnfachen jährlichen Betrages jederzeit abgelöst, oder es kann nach Art. 29 in ein vierprocentiges Bodenzins-Kapital umgewandelt, oder es kann nach Art. 30 durch Annuitäten d. i. durch 34jähriges Fortbezahlen der bisherigen Schuldigkeit nach den Ablösungspreisen oder durch 43jähriges Fortbezahlen von $^9/_{10}$ der bisherigen Schuldigkeit nach den Ablösungspreisen abgetragen werden.

Der neue Besitzer erlegt den einfachen Betrag des treffenden Handlohns baar, den ein halbfachen Betrag läßt er als Bodenzins-Kapital auf dem Gute liegen; von dem Zehent-Fixum läßt er die runde Summe von 200 fl. als Bodenzins-Kapital auf dem Gute liegen, die Ablösungs-Summe des Zehent-Fixums berechnet sich aber höher und dieser Ueberschuß wird baar erlegt.

Es entsteht nun die Frage:

a) Wie viel macht der einfache **) Betrag des Handlohns?

Antw. 645 fl.

---

*) Uebrigens bleibt es dem Pflichtigen unbenommen, auch den ein halbfachen Betrag nachträglich jederzeit durch Baarerlag abzulösen. In jedem Falle ist das Gut vom Obereigenthume befreit; denn (Art. 16) es consolidirt (vereinigt) sich das Eigenthum in der Person des Grundholden und dieser übernimmt die der bisherigen Dominikal-Steuer entsprechende Grundsteuer vom Handlohn. Auch darf (Art. 17) vom Erscheinen des Ablösungsgesetzes an keine Verleihung unter Vorbehalt des Obereigenthums (Leibrecht, Neustift, Freistift, Erbrecht) mehr stattfinden.

**) Das treffende einfache Handlohn aus 8600 fl. Gutswerth zu 7½ Procent berechnet sich auf 645 fl.; denn

b) Wie viel macht der ein halbfache Betrag des Handlohns?

Antw. 322 fl. 30 kr.

c) Wie hoch berechnet sich der jährliche Bodenzins *) aus dem ein halbfachen Betrag des Handlohns?

Antw. 12 fl. 54 kr.

d) Wie viel macht der 18fache **) Betrag des jährlichen Zehent-Fixums nach den Ablösungs-Preisen?

Antw. 228 fl. 56 kr. 2 hl.

---

100 fl. : 8600 fl. = $7\frac{1}{2}$: x, woraus

$$x = \frac{8600 \times 7\frac{1}{2}}{100} = 645 \text{ fl.}$$

Also das ein halbfache Handlohn = $322\frac{1}{2}$ fl.

Es ist als Regel angenommen, daß bei erbrechtigen Gütern durchschnittlich alle 20 Jahre ein neuer Meier auftrete, daher die jährliche Handlohnsquote oder der zwanzigste Theil ($\frac{1}{20}$) von 645 fl. = 32 fl. 15 kr., welcher Betrag im Grundsteuer-Kataster als jährliche Dominikal-Rente ausgesetzt ist, damit die treffende Dominikal-Steuer (vor dem Jahre 1848) ausgeschlagen werden konnte. Es gaben 32 fl. 15 kr. Dominikal-Rente 32 kr. 2 hl. Dominikal-Steuer, um welchen Betrag die Grundsteuer vermindert wurde. Diese Minderung fällt von nun an weg.

*) Der ein halbfache Betrag des Handlohns = $322\frac{1}{2}$ fl. und

100 fl. : $322\frac{1}{2}$ fl. = 4 : x, woraus

$$x = \frac{322\frac{1}{2} \times 4}{100} = 12 \text{ fl. } 54 \text{ kr.}$$

**) Das Zehent-Fixum nach den Kataster-Durchschnittspreisen (siehe Einsle's Maßzusammenstellung Seite 76) in Geld veranschlagt ist von

1 Mtz.	3 Vlg.	2 Sechz.	Waizen	=	3 fl. 45 kr. — hl.
2 „	— „	1 „	Korn	=	2 fl. 45 kr. — hl.
1 „	2 „	3 „	Gerste	=	1 fl. 41 kr. 2 hl.
2 „	— „	1 „	Haber	=	1 fl. 22 kr. 4 hl.
			Summe	=	9 fl. 33 kr. 6 hl.

Natural-Abgaben werden Behufs der Ablösung und der Umwandelung wie folgt zu Geld veranschlagt:

1 Schäffel	Waizen	zu 15 fl.	Nach 50jähriger Durchschnittsberechnung.
1 „	Korn	zu 11 fl.	
1 „	Gerste	zu 9 fl.	
1 „	Haber	zu 5 fl.	

Demgemäß berechnet sich obiges Zehent-Fixum oder

1 Mtz.	3 Vlg.	2 Sechz.	Waizen auf	4 fl. 41 kr. 2 hl.
2 „	— „	1 „	Korn „	3 fl. 46 kr. 7 hl.
1 „	2 „	3 „	Gerste „	2 fl. 31 kr. 7 hl.
2 „	— „	1 „	Haber „	1 fl. 43 kr. 1 hl.
			Summe	12 fl. 43 kr. 1 hl.

e) Wie hoch berechnet sich der jährliche Bodenzins aus den 200 fl. des umgewandelten (kapitalisirten) Zehent-Fixums?

Antw. Auf 8 fl.

f) Wie viel betrug die einfache Grundsteuer **vor** *) dem Jahre 1848?

Antw. 13 fl. 16 kr. 7 hl.

g) Wie viel beträgt die einfache Grundsteuer **nach** dem Jahre 1848 **) für den gegenwärtigen Besitzer, der theils abgelöst, theils umgewandelt hat?

Antw. 13 fl. 58 kr. 5 hl.

Hievon das 18fache ist = 228 fl. 56 kr. 2 hl. Es könnte also vorliegendes Zehent-Fixum durch baare Erlegung von 228 fl. 56 kr. 2 hl. für immer und gänzlich abgelös't werden; allein der Pflichtige erlegt (nach seiner freien Wahl) nicht die ganze Ablösungs-Summe, sondern nur 28 fl. 56 kr. 2 hl., die übrigen 200 fl. bleiben als ein zu 4% verzinsliches, von Seite des Pflichtigen kündbares, Bodenzins-Kapital auf dem Gute liegen, woraus sich ein jährlicher Bodenzins von 8 fl. berechnet.

*) Wie schon oben auseinandergesetzt wurde, betrug die jährliche Dominikal-Rente aus dem Handlohn . . . . 32 fl. 15 kr.
Das Zehent-Fixum ist auch als Dominikal-Rente behandelt und macht nach den Kataster-Durchschnittspreisen jährlich . 9 fl. 33 kr. 6 hl.
Also machte die ganze jährliche Dominikal-Rente oder für den Pflichtigen Dominikal-Belastung . . . . . . 41 fl. 48 kr. 6 hl.

Jeder Gulden Ertrag gibt einen Kreuzer Steuer, daher gab bisher **ein** Gulden Dominikal-Rente **einen** Kreuzer Dominikal-Steuer; also war in vorliegendem Falle die (ganze) Dominikal-Steuer = 41 kr. 6 hl.

Die Gesammt-Verhältnißzahl des Gutes ist = 838,6; nun aber gibt **jede** Einheit der Verhältnißzahl 1 kr. Rustikal- (Grund-) Steuer, daher 838,6 Verhältniß = 13 fl. 58 kr. 5 hl. Rustikal-Steuer. Diese erlitt bisher eine Minderung; denn die ungekürzte Rustikal-Steuer ist = 13 fl. 58 kr. 5 hl.
Ab die Dominikal-Steuer 41 kr. 6 hl.
Verbleibt als Rustikal-Steuer 13 fl. 16 kr. 7 hl. auf 1 Simplum.

Also hatte der Besitzer dieses Gutes vor dem Jahre 1848 als einfache Grundsteuer, oder auf ein Grundsteuer-Simplum 13 fl. 16 kr. 7 hl. zu bezahlen

) Eine Dominikal-Steuer gibt es nach der Umwandelung der Grundlasten in Bodenzins nicht mehr, sondern eine Dominikal-Steuer besteht nur dann, wenn der Pflichtige seine Abgabe in der bisherigen Weise als Herbstgefäll oder Natural-Gilt 2c. fortentrichtet, wenn er also **nicht umwandelt. Das Fixiren ist **geboten**, das Umwandeln und Ablösen **steht frei**.

In vorliegendem Falle ist also die einfache Grundsteuer ohne Minderung = 13 fl. 58 kr. 5 hl., es findet nämlich kein Abzug einer Dominikal-Steuer

227) Im Königreiche Bayern besitzt irgend Jemand in der Steuergemeinde Steinach zwei Aecker, nämlich:

PlNro. *) 1238	zu	46 Tgw.	18 Dez.	mit der	Bonitäts-Klasse	15.
„ 1263	„	12 „	35 „	„	„	14.

Diese beiden Aecker sind zwar eigen **), jedoch lastet auf PlNro. 1238 eine Grundgilt und zwar im Nürnberger Maße, nämlich:

2 Simra	1 Viertl	1 Maßl	Weizen,
2 „	1 „	— „	Korn,
3 „	1 „	2 „	Gerste,
5 „	3 „	1 „	Haber;

und auf PlNro. 1263 lastet eine Wechselgilt und zwar im

1ten Jahre	2 Mtz.	3 Vlg.	2 Sechz.	Korn,
2ten „	2 „	3 „	2 „	Haber,
3ten „	Nichts.			

Außerdem ist der Acker PlNro. 1238 großzehnbar mit dem ganzen Großzehent (zur 10ten Garbe) zur Spitalstiftung Guttenberg; der Kleinzehent ist nicht herkömmlich, also kleinzehentfrei.

Der Acker PlNro. 1263 ist großzehentbar mit Ausnahme von 9 zehentfreien Lohngarben zur 15ten Garbe 2/3 mit Vorgriff zur Pfarrei Steinach und 1/3 zur Gutsherrschaft Lobenstein; der Kleinzehent zum 10ten Theil dem Schulfunde Steinach, welcher nach der Fassion jährlich 1 fl. 54 kr. erträgt.

Der Besitzer (Eigenthümer) dieser Aecker will nun nach dem königl. bayer. Ablösungsgesetze vom 4ten Juni 1848 den Großzehent fixiren und zwar nach dem billigsten und sichersten Maßstabe nämlich nach der Verhältnißzahl auf die vier Hauptgetreidarten: Weizen,

mehr statt; denn am Schlusse des Art. 28 des oben citirten Ablösungs-Gesetzes heißt es: Mit dieser Umwandelung und Reduktion übernimmt der Pflichtige die Steuer von der bisherigen Grundabgabe, und alle Ansprüche desselben auf Nachlaß cessiren (hören auf).

Die größte Wohlthat, welche den Grundeigenthümern das bayer. Ablösungs-Gesetz gewährt, ist wohl die, daß die Gebundenheit der Güter aufhört, keinerlei Art von Obereigenthum, weder Erbrecht noch Leibrecht ꝛc. mehr stattfindet, daß also jeder Grundbesitzer freier und alleiniger Eigenthümer geworden ist.

*) Wegen PlNro. siehe die Anmerkung zu Nro. 111.

**) Eigen (allod) im Gegensatze von grundbar; es gab nämlich für diese zwei Aecker keinen Grundherrn mit dem Obereigenthums-Rechte, sondern der Besitzer war selbst unumschränkter Grundherr.

Korn (Roggen), Gerste und Haber. Den Kleinzehent will er ablösen.

Die Grundgilt auf PlNro. 1238 will er für Weizen und Gerste ablösen und für Korn und Haber in Bodenzins umwandeln; die Wechselgilt auf PlNro. 1263 will er zur Hälfte ablösen und zur Hälfte in Bodenzins umwandeln.

Es entsteht daher die Frage:

a) Was beträgt das Zehent-Fixum *) in Getreid und Geld von PlNro. 1238?

---

*) Die Fläche mit der Bonitäts-Klasse multiplicirt, gibt die Verhältnißzahl (mehr hierüber in Einsle's Maßzusammenstellung Seite 52), daher ist für PlNro. 1238 die Verhältnißzahl = 692,7; denn 46,18 × 15 = 692,70.

Der Acker PlNro. 1238 ist zur 10ten Garbe zehentbar, also haftet der ganze Großzehent auf diesem Grundstücke. Die ganze Verhältnißzahl ist = 692,7; hievon das Zehntel = 69,3 d. h. 69 fl. 18 kr. Zehentertrag, woraus 1 fl. 9 kr. 2 hl. Zehent-Steuer.

Dieses Geld in die vier Hauptgetreide-Arten Weizen, Korn, Gerste und Haber gleichheitlich (je 17 fl. 19 kr. 4 hl.) umgewandelt macht an

Weizen	1 Sch.	2 Mtz.	2 Vlg.	$2\frac{3}{5}$ Sechz.	=	17 fl. 19 kr. 4 hl.	Kataster-Preise.
Korn	2 „	— „	3 „	$3\frac{8}{9}$ „	=	17 fl. 19 kr. 4 hl.	
Gerste	2 „	5 „	1 „	$1\frac{1}{5}$ „	=	17 fl. 19 kr. 4 hl.	
Haber	4 „	1 „	3 „	$3\frac{4}{5}$ „	=	17 fl. 19 kr. 4 hl.	

Da die Getreidebrüche für den Pflichtigen wie für den Berechtigten unbequem sind, so kann man sie durch Ausgleichung wegschaffen, etwa auf folgende Weise: Es sind $\frac{3}{5}$ Sechz. Weizen = 4 kr. 4 hl.; nimmt man hiefür 1 Sechz. Korn, so hat man um 4 hl. zu viel Korn, weil 1 Sechz. Korn = 5 kr. (Diese 4 hl. zu viel für einen anderen Getreidbruch vorgemerkt.) Es sind ferner $\frac{8}{9}$ Sechz. Korn = 4 kr. 4 hl.; nimmt man hiefür 1 Sechz. Korn, so hat man wieder um 4 hl. zu viel, weil 1 Sechz. Korn = 5 kr. Das $\frac{1}{5}$ Sechz. Gerste ist = 6 hl.; läßt man diese 6 hl. ganz fallen, so hat man nur mehr um 2 hl. zu viel. Endlich sind $\frac{4}{5}$ Sechz. Haber = 2 kr.; würde man hiefür $\frac{5}{7}$ Sechz. Haber = 1 kr. 6 hl. setzen, so wären drei Brüche weggeschafft und der Geldbetrag würde genau mit der ursprünglichen Summe (69 fl. 18 kr.) zusammentreffen; allein es ist zweckdienlich, wenn man statt $\frac{5}{7}$ Sechz. Haber 1 Sechz. setzt, wodurch die Geldsumme um 6 hl. zu groß ist, worüber sich wohl Niemand beschweren wird.

Demnach gestaltet sich das Zehent-Fixum für PlNro. 1238 also:

Weizen	1 Sch.	2 Mtz.	2 Vlg.	2 Sechz.	=	17 fl. 15 kr. — hl.	Katast.-Preise.
Korn	2 „	1 „	— „	1 „	=	17 fl. 25 kr. — hl.	
Gerste	2 „	5 „	1 „	1 „	=	17 fl. 18 kr. 6 hl.	
Haber	4 „	2 „	— „	— „	=	17 fl. 20 kr. — hl.	
				Summe	=	69 fl. 18 kr. 6 hl.	

Antwort:

Weizen	1 Sch.	2 Mtz.	2 Vlg.	2 Sechz.	=	17 fl.	15 kr.	— hl.
Korn	2 „	1 „	— „	1 „	=	17 „	25 „	— „
Gerste	2 „	5 „	1 „	1 „	=	17 „	18 „	6 „
Haber	4 „	1 „	3 „	$3^5/_7$ „	=	17 „	19 „	2 „
				Summe	=	69 fl.	18 kr.	— hl.

b) Was beträgt das Zehent-Fixum *) in Getreid und Geld von PlNro. 1263 und zwar

α) für die Pfarrei Steinach,

β) für die Gutsherrschaft Lobenstein?

---

*) Die PlNro 1263 zu 12,35 Tagw. hat die Bonitäts-Klasse 14, also die Verhältnißzahl = 172,9.

Der Acker PlNro. 1263 hat ein anomales (unregelmäßiges) Zehentverhältniß; denn der Zehent zur 15ten Garbe ist der $^{10}/_{15}$ oder $^2/_3$ Zehent und nebstdem sind noch 9 Vor- oder Lohngarben zehentfrei. Von den Vor- oder Lohngarben wollen wir als durchschnittliche Größe Korngarben in Rechnung bringen; nun aber ist

1 Korngarbe = $2^2/_3$ Sechz. Korn, daher
9 Korngarben = 9 × $2^2/_3$ Sechz. = 1 Mtz. 2 Vlg. Korn.
= 2 fl. in Geld.

Diese 2 fl. in drei Jahren wegen des Brachjahres nur zweimal genommen, machen 4 fl. für die ganze Rotation der Feldwirthschaft (§. 27 des bayer. Grundsteuergesetzes vom 15. Aug. 1828), daher trifft auf 1 Jahr 1 fl. 20 kr.

Diesen Betrag (1 fl. 20 kr.) als jährlichen Abgang vom Gesammtertrag des Zehents in Verhältnißzahl umgewandelt gibt 1,3 Verhältnißzahl; denn 1 fl. = 1,0 Verhältnißzahl, also $1^1/_3$ fl. = 1,3 Verhältnißzahl. Diese Verhältnißzahl wird zum Voraus von der Gesammtverhältnißzahl (172,9) des Grundstückes abgezogen, daher 172,9 — 1,3 = 171,6; hievon das Zehntel = 17,2.

Die Verhältnißzahl, wornach der Zehent fixirt werden soll, ist also = 17,2 für den ganzen Zehent; nun aber wird nur die 15te Garbe oder der $^2/_3$ Zehent gereicht, daher ist die treffende Verhältnißzahl (17,2 × $^2/_3$ =) 11,5 d. i. 11 fl. 30 kr. Zehentertrag, woraus 11 kr. 4 hl. Zehent-Steuer.

Dieses Geld in die vier Hauptgetreid-Arten Weizen, Korn, Gerste und Haber gleichheitlich (je 2 fl. 52 kr. 4 hl.) umgewandelt macht an

Weizen	1 Mtz.	1 Vlg.	3 Sechz.	=	2 fl.	52 kr.	4 hl.	Markt-Preise.
Korn	2 „	— „	$2^1/_2$ „	=	2 fl.	52 kr.	4 hl.	
Gerste	2 „	3 „	2 „	=	2 fl.	52 kr.	4 hl.	
Haber	4 „	1 „	1 „	=	2 fl.	52 kr.	4 hl.	
			Summe	=	11 fl.	30 kr.	— hl.	

Hievon trifft $^2/_3$ oder 7 fl. 40 kr. zur Pfarrei Steinach, somit auf jede Getreidart 1 fl. 55 kr. in Geld, daher von

Antw. Zehent-Fixum in Getreid und Geld

α) für die Pfarrei Steinach:

Weizen	— Mtz.	3 Vlg.	$3^1/_6$ Sechz.	=	1 fl. 53 kr. 6 hl.
Korn	1 „	1 „	3 „	=	1 „ 55 „ — „
Gerste	1 „	3 „	3 „	=	1 „ 56 „ 2 „
Haber	2 „	3 „	2 „	=	1 „ 55 „ — „
			Summe	=	7 fl. 40 kr. — hl.

β) für die Gutsherrschaft Lobenstein:

Weizen	— Mtz.	1 Vlg.	$3^5/_6$ Sechz.	=	— fl. 58 kr. 6 hl.
Korn	— „	2 „	$3^1/_2$ „	=	— „ 57 „ 4 „
Gerste	— „	3 „	3 „	=	— „ 56 „ 2 „
Haber	1 „	1 „	3 „	=	— „ 57 „ 4 „
			Summe	=	3 fl. 50 kr. — hl.

c) Wie hoch berechnet sich die Ablösungssumme *) für den Kleinzehent?

Antw. Auf 34 fl. 12 kr.

d) Was beträgt die Ablösungs-Summe der Grundgilt **) auf PlNro. 1238 für Weizen und Gerste?

Antw. Die Ablösungs-Summe der Grundgilt auf PlNro. 1238 für Weizen und Gerste beträgt 2116 fl. 36 kr. 6 hl.

Weizen	— Mtz.	3 Vlg.	$3^1/_6$ Sechz.	=	1 fl. 53 kr. 6 hl.	Katast.-Preise.
Korn	1 „	1 „	3 „	=	1 fl. 55 kr. — hl.	
Gerste	1 „	3 „	3 „	=	1 fl. 56 kr. 2 hl.	
Haber	2 „	3 „	2 „	=	1 fl. 55 kr. — hl.	
			Summe	=	7 fl. 40 kr. — hl.	

Ferner trifft $^1/_3$ oder 3 fl. 50 kr. zur Gutsherrschaft Lobenstein, somit auf jede Getreidart 57 kr. 4 hl. in Geld, daher von

Weizen	— Mtz.	1 Vlg.	$3^5/_6$ Sechz.	=	— fl. 58 kr. 6 hl.	Katast.-Preise.
Korn	— „	2 „	$3^1/_2$ „	=	— fl. 57 kr. 4 hl.	
Gerste	— „	3 „	3 „	=	— fl. 56 kr. 2 hl.	
Haber	1 „	1 „	3 „	=	— fl. 57 kr. 4 hl.	
			Summe	=	3 fl. 50 kr. — hl.	

*) Nach der Fassion (Angabe) erträgt der Kleinzehent aus dem Acker PlNro. 1263 jährlich 1 fl. 54 kr.; hievon das 18fache = 34 fl. 12 kr.

**) Die Grundgilt auf PlNro. 1238 ist im Nürnberger Maße ausgedrückt, welches vor Allem ins bayer. Normal-Maß verwandelt werden muß; nun aber ist

1 Simra für Weizen, Korn und Gerste = 4 Viertl à 4 Metzen à 16 Maßl, also 1 solches Simra = 256 Maßl und 1 Maßl = $^1/_{256}$ Simra. Ferner ist

1 Simra Haber = 4 Viertl à 5 Metzen à 16 Maßl, also 1 solches Simra = 320 Maßl und 1 Maßl = $^1/_{320}$ Haber-Simra.

e) Wie groß iſt das Bodenzins-Kapital der Grundgilt auf PlNro. 1238 für Korn und Haber?

Antw. 1854 fl. 20 kr. 2 hl.

Für glatte Frucht d. i. für Weizen und Korn iſt
1 Simra = 8,8 bayer. Metzen.

Da 1 Simra = 8,8 bayer. Mtz., ſo ſind 2 Simra = 17,600 bayer. Mtz.
Da 1 Viertl = $1/4$ Simra, ſo iſt $1/4$ Simra = 2,200 „ „
Da 1 Maßl = $1/256$ Simra, ſo iſt $1/256$ Simra = 0,034 „ „
Alſo 2 Simra 1 Viertl 1 Maßl Weizen = 19,834 „ „
Und 2 „ 1 „ — „ Korn = 19,8 „ „

Dieſe bayer Metzen ſind:
3 Sch. 1 Mtz. 3 Vlg. $1\,1/3$ Sechz. Weizen
3 „ 1 „ 3 „ $4/5$ „ Korn.

Für rauhe Frucht d. i. für Gerſte und Haber iſt
1 Simra = 13,9166 bayer. Metzen.

Da nun für Gerſte
1 Simra = 13,9166 bayer. Mtz., ſo ſind 3 Simra = 41,7498 bayer. Mtz.
1 Viertl = $1/4$ Simra, und $1/4$ Simra = 3,47915 „ „
1 Maßl = $1/256$ Simra, und
2 Maßl = $2/256$ Simra, und $2/256$ Simra = 0,108 „ „
Alſo 3 Simra 1 Viertl 2 Maßl Gerſte = 45,33695 „ „

Dieſe bayer. Metzen ſind:
7 Sch. 3 Mtz. 1 Vlg. $1\,2/5$ Sechz. Gerſte.

Da nun für Haber
1 Simra = 13,9166 bayer. Metzen, ſo ſind 5 Simra = 69,58300 bayer. Mtz.
1 Viertl = $1/4$ Simra, und
3 Viertl = $3/4$ Simra, und $3/4$ Simra = 10,43745 „ „
1 Maßl = $1/320$ Haberſimra, und $1/320$ ſolches Simra = 0,04348 „ „
Alſo 5 Simra 3 Viertl 1 Maßl Haber = 80,06393 „ „

Dieſe bayer. Metzen ſind:
13 Sch. 2 Mtz. — Vlg. 1 Sechz. Haber.

Es iſt alſo die Grundgilt auf PlNro. 1238 im bayer. Normal-Maße:
3 Sch. 1 Mtz. 3 Vlg. $1\,1/3$ Sechz. Weizen = 39 fl. 40 kr. — hl.
3 „ 1 „ 3 „ $4/5$ „ Korn = 26 fl. 24 kr. — hl.
7 „ 3 „ 1 „ $1\,2/5$ „ Gerſte = 45 fl. 20 kr. 2 hl.
13 „ 2 „ — „ 1 „ Haber = 53 fl. 22 kr. 4 hl.
Summe = 164 fl. 46 kr. 6 hl.
(Kataſt.-Preiſe.)

Nach den Ablöſungs-Preiſen berechnet ſich die Grundgilt für PlNro. 1238 alſo:
3 Sch. 1 Mtz. 3 Vlg. $1\,1/3$ Sechz. Weizen = 49 fl. 35 kr. — hl.
7 „ 3 „ 1 „ $1\,2/5$ „ Gerſte = 68 fl. — kr. 3 hl.
Summe = 117 fl. 35 kr. 3 hl.

f) Was beträgt der jährliche Bodenzins hieraus?

Antw. Dieser beträgt 74 fl. 10 kr. 3 hl.

g) Was beträgt die Ablösungs-Summe der halben Wechselgilt *) auf PlNro. 1263?

Antw. Diese beträgt 23 fl. — kr. 3 hl.

h) Wie groß ist das Bodenzins-Kapital der halben Wechselgilt auf PlNro. 1263?

Antw. Dieses ist = 23 fl. — kr. 3 hl.

i) Was beträgt der jährliche Bodenzins hieraus?

Antw. Dieser beträgt jährlich 55 kr. 2 hl.

k) Wie groß **) war vor dem Jahre 1848 von PlNro. 1238 die Zehent-, Dominikal- und Rustikal-Steuer?

Hievon der 18fache Betrag = 2116 fl. 36 kr. 6 hl. als Ablösungs-Summe. Ferner

3 Sch. 1 Mtz. 3 Vlg. 4/5 Sechz.	Korn =	36 fl. 18 kr. — hl.
13 „ 2 „ — „ 1 „	Haber =	66 fl. 43 kr. 1 hl.
	Summe =	103 fl. 1 kr. 1 hl.

Hievon der 18fache Betrag = 1854 fl. 20 kr. 2 hl. als Bodenzins-Kapital, woraus der jährliche Bodenzins = 74 fl. 10 kr. 3 hl.

*) Die Wechselgilt auf PlNro. 1263 macht im

1ten Jahre 2 Mtz. 3 Vlg. 2 Sechz.	Korn =	3 fl. 50 kr.	Kataſt.-Preiſe.
2ten „ 2 „ 3 „ 2 „	Haber =	1 fl. 55 kr.	
3ten „ (Brachjahr)	Nichts		
	Summe =	5 fl. 45 kr.	
Hievon 1/3tel als jährliche Größe	=	1 fl. 55 kr.	

Nach den Ablösungspreisen berechnet sich die Wechselgilt für PlNro. 1263 also:

Im 1ten Jahre 2 Mtz. 3 Vlg. 2 Sechz.	Korn =	5 fl. 16 kr. 2 hl.
„ 2ten „ 2 „ 3 „ 2 „	Haber =	2 fl. 23 kr. 6 hl.
„ 3ten „ (Brachjahr)	Nichts	
	Summe =	7 fl. 40 kr. — hl.

Hievon 1/3 als jährliche Durchschnittsgröße = 2 fl. 33 kr. 3 hl. Diese Summe kapitalisirt d. i. mit 18 multiplicirt, macht 46 fl. — kr. 6 hl., wovon die Hälfte (23 fl. — kr. 3 hl.) als Bodenzins-Kapital auf dem Grundstücke liegen bleibt. Dieses Kapital gibt zu 4% als Bodenzins 55 kr. 2 hl.

**) Kataster-Stand der PlNro. 1238 vor dem Jahre 1848: Die Verhältnißzahl ist = 692,7, daher die einfache Grundsteuer ohne Abzug der Zehent- und Domi-

Antw. Von PlNro. 1238 war die

Zehent-		1 fl. 9 kr. 2 hl.
Dominikal-	Steuer	2 " 44 " 6 "
Rustikal-		7 " 38 " 6 "
	Summe =	11 fl. 32 kr. 6 "

l) Wie groß ist nach dem Jahre 1848 vom nämlichen Grundstücke die einfache *) Grundsteuer?

Antw. Das Grundsteuer-Simplum nach dem Jahre 1848 ist = 10 fl. 23 kr. 4 hl.

m) Wie groß **) war vor dem Jahre 1848 von PlNro. 1263 die Zehent-, Dominikal- und Rustikal-Steuer?

Antw. Von PlNro. 1263 war die

Zehent-		— fl. 11 kr. 4 hl.
Dominikal-	Steuer	— " 1 " 7 "
Rustikal-		2 " 39 " 4 "
	Summe =	2 fl. 52 kr. 7 hl.

---

nikal-Steuer oder die ungekürzte Rustikal-Steuer = 11 fl. 32 kr. 6 hl.
Ab die Zehent-Steuer . . . . = 1 fl. 9 kr. 2 hl.
Verbleibt = 10 fl. 23 kr. 4 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus 164 fl. 46 kr. 6 hl. Grundgilt . = 2 fl. 44 kr. 6 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum = 7 fl. 38 kr. 6 hl.

*) Die Zehent-Fixa werden im Grundsteuer-Kataster wie Dominikal-Lasten behandelt; nun aber ist das Zehent-Fixum vom PlNro. 1238 = 69 fl. 18 kr. — hl., wovon die Dominikal-Steuer = 1 fl. 9 kr. 2 hl. Diese Dominikal-Steuer muß der Zehent-Herr bezahlen, so lange der Zehenthold das Zehent-Fixum nicht nach den Ablösungspreisen in einen höheren jährlichen Betrag oder in Bodenzins umwandelt; bisher ist dies aber nicht geschehen, also kommt die Dominikal-Steuer in Abzug.

Die ungekürzte Grundsteuer ist . . . . = 11 fl. 32 kr. 6 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus dem Zehent-Fixum = 1 fl. 9 kr. 2 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum . . . . = 10 fl. 23 kr. 4 hl.

Noch ist zu bemerken, daß der Zehenthold sein Zehent-Fixum auf ewige Zeiten fortentrichten muß, so lange er nicht umwandelt oder ablöst.

**) Kataster-Stand der PlNro. 1263 vor dem Jahre 1848:

Die Verhältnißzahl ist = 172,9, daher die einfache Grundsteuer ohne Abzug der Zehent- und Dominikal-Steuer = 2 fl. 52 kr. 7 hl.
Ab die Zehentsteuer . . . . = — fl. 11 kr. 4 hl.
Verbleibt = 2 fl. 41 kr. 3 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus 1 fl. 55 kr. Wechselgilt = — fl. 1 kr. 7 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum . . . . . = 2 fl. 39 kr. 4 hl.

n) Wie groß *) ist nach dem Jahre 1848 vom nämlichen Objekte die einfache Grundsteuer?

Antw. Das Grundsteuer-Simplum nach dem Jahre 1848 ist = 2 fl. 41 kr. 3 hl.

228) Irgend Jemand hat im Königreich Bayern und zwar in der Steuergemeinde Steinach folgenden Grundbesitz:

Unter Litt. A.

PlNro.	1531	Acker	zu 16,48	Tgw. mit der Bonitäts-Klasse	14
"	1532	Wiese	" 2,21	" " " " "	24

Unter Litt. B.

PlNro.	2517	Acker	zu 4,75	Tgw. mit der Bonitäts-Klasse	8
"	2538	Wiese	" 3,82	" " " " "	20
"	2549	"	" 5,06	" " " " "	21

Unter Litt. C.

PlNro.	1248a	Acker	zu 13,75	Tgw. mit der Bonitäts-Klasse	12
"	1248b	Eggart	" 15,16	" " " " "	14

Unter Litt. D.

PlNro. 2819 Acker zu 15,02 Tgw. mit der Bonitäts-Klasse 9.

Die **Dominikal-Gefälle** (Grundlasten) sind folgende:

Der Grundbesitz unter Litt. A ist leibrechtsweise grundbar mit

2/3 zur Gutsherrschaft Lobenstein

1/3 zur Pfarrei Steinach

in Veränderungsfällen zu 15% im Werthanschlage für 1 Leib.

Letztes doppeltes Leibgeld am 25ten Nov. 1840 aus 2800 fl Schätzungswerth nach 30 Procent mit 840 fl.

Hievon trifft zur Gutsherrschaft Lobenstein 2/3 oder 560, wovon 1/30tel **) als jährliche Größe = 18 fl. 40 kr.

---

*) Der Geldbetrag vom Zehent-Fixum für die Pfarrei Steinach ist = 7 fl. 40 kr. wovon die Dominikal-Steuer = 7 kr. 5 hl.

Der Geldbetrag vom Zehent-Fixum für die Gutsherrschaft Lobenstein ist = 3 fl. 50 kr., wovon die Dominikal-Steuer = 3 kr. 7 hl. Diese beiden Steuerbeträge sind = 11 kr. 4 hl.

Die ungekürzte Grundsteuer ist		= 2 fl. 52 kr. 7 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus den beiden Zehent-Fixen	. .	= — fl. 11 kr. 4 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum	. .	= 2 fl. 41 kr. 3 hl.

**) Bei erbrechtigen Gütern wird angenommen, daß durchschnittlich alle 20 Jahre ein Besitzveränderungsfall vorkomme, also alle 20 Jahre ein Laudemium

Zur Pfarrei Steinach trifft $\frac{1}{3}$ oder 280 fl., wovon $\frac{1}{30}$tel als jährliche Größe *) = 9 fl. 20 kr.

Der Grundbesitz unter Litt. B ist beutellehenbar zur Gutsherrschaft Lobenstein mit $7\frac{1}{2}$ Procent bei Veränderungen unter Lebenden und weiteren $2\frac{1}{2}$ Procent, sohin 10 Procent in Todfällen.

Letztes Relevium am 26ten Nov. 1840 aus 2200 fl. Werthsbestimmung nach 10% mit 220 fl. und zwar für den

Bestehfall 165 fl., wovon $\frac{1}{20}$tel als jährliche Größe = 8 fl. 15 kr.
Todfall 55 fl., wovon $\frac{1}{60}$tel als jährliche Größe = — fl. 55 kr.

Der Grundbesitz unter Litt. C ist grund- und giltbar und mit dem 4ten Pfennig einleibfällig bestandbar zur Kirche Steinach.

Letzter Bestand am 27. Nov. 1840 aus 1840 fl. Schätzungswerth mit 460 fl., wovon $\frac{1}{20}$tel als jährliche Größe = 23 fl.

Wechselgilt im

1ten Jahre Korn oder Dinkel 1 Sch. 3 Mtz. 3 Vlg.
2ten Jahre Gerste oder Haber 1 „ 3 „ 3 „
3ten Jahre Brache — Nichts.

Hievon $\frac{1}{3}$tel oder vielmehr wegen der doppelten Getreidgattung $\frac{1}{6}$tel als jährliche Größe ausgesetzt gibt an

Korn	1 Mtz.	2 Vlg.	2 Sechz.	= 2 fl.	10 kr.	— hl.
Dinkel	1 „	2 „	2 „	= 1 „	5 „	— „
Gerste	1 „	2 „	2 „	= 1 „	37 „	4 „
Haber	1 „	2 „	2 „	= 1 „	5 „	— „
			Summe	= 5 fl.	57 kr.	4 hl.

Der Grundbesitz unter Litt. D ist neustiftsweise **) grundbar zur Gutsherrschaft Lobenstein mit 10 Procent in jedem Veränderungsfalle.

Letztes Neustift am 2ten Mai 1838 aus 800 fl. Schätzung mit 80 fl., wovon $\frac{1}{20}$tel als jährliche Größe = 4 fl.

(Besitzveränderungsabgabe) fällig werde; dagegen werden bei leibrechtigen Gütern auf einen Leib 15 Jahre und auf zwei Leiber 30 Jahre angenommen, wenn nicht andere Observanzen (Herkommen) bestehen.

*) d. i. als jährliche Dominikal-Rente zur Berechnung der treffenden Dominikal-Steuer (vor dem Jahre 1848), also als **jährliche** steuerbare Grundlast.

**) Ein auf Neustift verliehenes Gut wurde mit dem Ableben des Gutsherrn heimfällig, und ein freistiftiges Anwesen konnte zu jeder Zeit gekündet werden.

Die Zehentverhältnisse sind folgende:

Unter Litt. A.

Der Acker PlNro. 1531 ist großzehentbar zur 10ten Garbe von der Winterfrucht zur Gutsherrschaft Lobenstein, von der Sommerfrucht zur Pfarrei Steinach. Kleinzehentfrei.

Die dreimähdige Wiese PlNro. 1532 gibt den Heuzehent zum 10ten Bund zur Gutsherrschaft Lobenstein, den Ohmatzehent und zwar das 1te Ohmat zum 12ten Bund zur Pfarrei Steinach, das 2te Ohmat zehentfrei.

Unter Litt. B.

Der Acker PlNro. 2517 zu 3 alten Morgen gerechnet ist großzehentbar mit Ausnahme von 9 Lohngarben, welche von jedem alten Morgen zehentfrei ausgehen, $^2/_3$ zur Gutsherrschaft Lobenstein und $^1/_3$ zur Pfarrei Steinach. Kleinzehentfrei.

Von der zweimähdigen Wiese PlNro. 2538 wird Heu- und Ohmatzehent zur Gutsherrschaft Lobenstein gereicht.

Von der zweimähdigen Wiese PlNro. 2549 wird Heu- ohne Ohmatzehent zur Pfarrei Steinach gereicht.

Unter Litt. C.

Der Acker PlNro. 1248^{a} ist zur 11ten Garbe großzehentbar zur Pfarrei Steinach. Kleinzehentfrei.

Von der Eggart *) PlNro. 1248^{b} wird der Großzehent vom Getreidbau und der Heu- und Ohmatzehent vom Grasbau zur Pfarrei Steinach gereicht. Kleinzehentfrei.

Unter Litt. D.

Der Acker PlNro. 2819 ist großzehentbar zur 10ten Garbe von der Winterfrucht zu Ganz zur Gutsherrschaft Lobenstein, von der Sommerfrucht $^1/_3$ zur Pfarrei Steinach mit dem Rechte 10 Gersten und 5 Habergarben als Vorzehent vorauszunehmen, $^2/_3$ zur Pfarrei Guttenberg. Kleinzehent fixirt auf Zehentgeld zu jährlich 1 fl. 12 kr.

---

*) Eggart, Eggert oder Oedgarten ist ein Grundstück, welches mehrere (circa 9) Jahre als Acker, und dann wieder mehrere (circa 6) Jahre als Wiese benützt wird, weil es wegen klimatischer Verhältnisse oder wegen der Lage (an Hochgebirgen) weder der Acker- noch der Wiesen-Cultur ständig mit Vortheil unterworfen werden kann, so daß in gewissen Perioden gewechselt werden muß.

Der Besitzer dieser Objekte will nach dem königl. bayer. Fixirungs- und Ablösungsgesetze vom 4. Juni 1848 sämmtliche Handlöhne durch Baarerlag sogleich **ablösen**, die Wechselgilt auf dem Besitz Litt. C. und das Zehentgeld für den fixirten Kleinzehent auf PlNro. 2819 unter Litt. D will er in **Bodenzins umwandeln**, endlich die Getreid-, Heu-, Ohmat- und Eggarten-Zehenten will er nach der Grundsteuerverhältnißzahl **bloß** fixiren und zwar den Getreidzehent in den vier Hauptgetreidarten Korn, Dinkel, Gerste und Haber, den Graszehent aber in Zehentgeld.

Es entsteht also die Frage:

a) Was macht der Ablösungsbetrag *) für das Handlohn unter Litt. A?

Antw. Die ganze Ablösungs-Summe beträgt 1680 fl.

b) Wie groß ist die Ablösungs-Summe für das Relevium **) unter Litt. B?

Antw. Diese Summe ist = 330 fl.

c) Wie hoch berechnet sich der Baarerlag für den zum 4ten Pfennig einleibfälligen Bestand ***) unter Litt. C?

Antw. Auf 920 fl.

d) Mit welcher Geldsumme kann das neustiftige †) Grundbarkeitsverhältniß unter Litt. D **sogleich** abgelöst werden?

Antw. Mit 160 fl.

---

*) Das letzte doppelte Leibgeld ist zur Gutsherrschaft Lobenstein mit 560 fl. bezahlt worden, nun aber macht der Baarerlag zur Ablösung das Doppelte, also 1120 fl.

Das letzte doppelte Leibgeld ist zur Pfarrei Steinach mit 280 fl. bezahlt worden, wovon das Doppelte 560 fl. beträgt.

Folglich macht die Ablösungs-Summe für das Handlohn unter Litt. A zusammen (1120 + 560 =) 1680 fl. nach Art. 15. des Ablösungsgesetzes.

**) Das letzte Relevium für den Bestehfall war 165 fl., nun aber macht der Baarerlag zur Ablösung das Ein- und einhalbfache, also 247 fl. 30 kr.

Das letzte Relevium für den Todfall ist mit 55 fl bezahlt worden, wovon das Anderthalbfache 82 fl. 30 kr. beträgt.

Folglich macht die Ablösungs-Summe für das ganze Relevium unter Litt. B zusammen ($247\frac{1}{2}$ + $82\frac{1}{2}$ =) 330 fl.

***) Der letzte Bestand für den Besitz Litt. C. ist mit 460 fl. bezahlt worden, nun aber macht der Baarerlag zur Ablösung das Doppelte, also 920 fl.

†) Das letzte Neustift ist mit 80 fl. bezahlt worden, nun aber macht der Baarertrag zur Ablösung das Doppelte, also 160 fl.

e) Was macht das Zehent-Fixum *) in Getreid und Geld von PlNro. 1531 und zwar

α) für die Gutsherrschaft Lobenstein,

β) für die Pfarrei Steinach?

Antw. Zehent-Fixum in Getreid und Geld von PlNro. 1531

α) für die Gutsherrschaft Lobenstein:

Korn	2 Mtz.	3 Vlg.	2 Sechz.	=	3 fl.	50 kr.	— hl.
Dinkel	5 „	3 „	— „	=	3 „	50 „	— „
Gerste	3 „	3 „	2 „	=	3 „	52 „	4 „
Haber	5 „	3 „	3/5 „	=	3 „	51 „	4 „
			Summe	=	15 fl.	24 kr.	— hl.

---

*) Nimmt man an, es verhalte sich

Winterfrucht : Sommerfrucht = 2 : 1, so ist 2 + 1 = 3,

und $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$ (ganzer Zehent); daher ist der Zehent von der Winterfrucht als der 2/3 Großzehent zu nehmen, und der Zehent von der Sommerfrucht ist 1/3 Großzehent.

PlNro. 1531 hat zur Fläche 16,48 Tgw. mit der 14ten Bonitäts-Klasse, daher die Verhältnißzahl = 230,7.

Auf die Winterfrucht trifft an Verhältnißzahl 2/3tel, oder ($230{,}7 \times \frac{2}{3} =$) 153,8; hievon 1/10tel = 15,4.

Auf die Sommerfrucht trifft nur 1/3tel oder ($230{,}7 \times \frac{1}{3} =$) 76,9; hievon 1/10tel = 7,7. Die Zehentverhältnißzahl 15,4 gibt 15 fl. 24 kr. Zehentertrag; dieses Geld in die vier Hauptgetreidarten Korn, Dinkel, Gerste und Haber gleichheitlich (je 3 fl. 51 kr.) umgewandelt macht für die Gutsherrschaft Lobenstein an

Korn	2 Mtz.	3 Vlg.	2 Sechz.	=	3 fl.	50 kr.	— hl.	Kataster-Preise.
Dinkel	5 „	3 „	— „	=	3 fl.	50 kr.	— hl.	
Gerste	3 „	3 „	2 „	=	3 fl.	52 kr.	4 hl.	
Haber	5 „	3 „	3/5 „	=	3 fl.	51 kr.	4 hl.	
			Summe	=	15 fl.	24 kr.	— hl.	

Die Zehentverhältnißzahl 7,7 gibt 7 fl. 42 kr. Zehentertrag; dieses Geld in die vier Hauptgetreidarten Korn, Dinkel, Gerste und Haber gleichheitlich (je 1 fl. 55 kr. 4 hl.) umgewandelt macht für die Pfarrei Steinach an

Korn	1 Mtz.	1 Vlg.	3 Sechz.	=	1 fl.	55 kr.	Kataster-Preise.
Dinkel	2 „	3 „	2 „	=	1 fl.	55 kr.	
Gerste	1 „	3 „	3 1/5 „	=	1 fl.	57 kr.	
Haber	2 „	3 „	2 „	=	1 fl.	55 kr.	
			Summe	=	7 fl.	42 kr.	

β) für die Pfarrei Steinach:

Korn	1 Mtz.	1 Vlg.	3 Sechz.	=	1 fl. 55 kr.
Dinkel	2 „	3 „	2 „	=	1 „ 55 „
Gerste	1 „	3 „	3⅕ „	=	1 „ 57 „
Haber	2 „	3 „	2 „	=	1 „ 55 „
			Summe	=	7 fl. 42 kr.

f) Was macht das jährliche Zehent-Geld *) von PlNro. 1532?

Antw. Das jährliche Zehentgeld von PlNro. 1532 macht 4 fl. 12 kr.

g) Wie groß **) war vor dem Jahre 1848 vom Besitz unter Litt. A die Zehent-, Dominikal- und Rustikal-Steuer?

---

*) Die PlNro. 1532 zu 2,21 Tgw. hat die Bonitätsklasse 24, daher die Verhältnißzahl = 53,0.

Es wird angenommen, daß sich der Ertrag des Heu's zum Ohmat (Grumet) verhalte wie 5 : 3 und bei dreimähdigen Wiesen kann man annehmen, es verhalte sich das Heu : Ohmat = 5 : 3 = 10 : 6

1 Ohmat : 2 Ohmat = 2 : 1 = 6 : 3

Also Heu : 1 Ohmat : 2 Ohmat = 10 : 6 : 3.

Es ist 10 + 6 + 3 = 19; und $\frac{10}{19} + \frac{6}{19} + \frac{3}{19} = 1$ (ganzer Zehent.)

Der Heuzehent ist also der $\frac{10}{19}$ Zehent;

Der Zehent vom ersten Ohmat ist der $\frac{6}{19}$ Zehent;

Der Zehent vom zweiten Ohmat ist der $\frac{3}{19}$ Zehent.

Nun aber wird der erste Ohmat-Zehent zum 12ten Bund gereicht, das ist der $^{10}/_{12}$ oder $^{5}/_{6}$ Zehent, also ist der erste Ohmat-Zehent der $\left(\frac{6}{19} \times \frac{5}{6} =\right)$ $^{5}/_{19}$ Zehent; der zweite Ohmat-Zehent ist frei, folglich ist der Heu- und Ohmat-Zehent der $\left(\frac{10}{19} + \frac{5}{19} =\right) \frac{15}{19}$ Zehent.

Verhältnißzahl = 53,0; hievon $^{1}/_{10}$tel = 5,3. Diese Verhältnißzahl $^{15}/_{19}$mal gibt 4,2 d. i. 4 fl. 12 kr. Zehentertrag oder **so viel** jährliches Zehentgeld (= 7 Centner Heu à 36 kr.) Hievon trifft auf den Heuzehent oder zur Gutsherrschaft Lobenstein 2 fl. 48 kr. und auf den ersten Ohmatzehent oder zur Pfarrei Steinach 1 fl. 24 kr.; zusammen (2 fl. 48 kr. + 1 fl. 24 kr. =) 4 fl. 12 kr.

**) Kataster-Stand des Grundbesitzes unter Litt. A vor dem Jahre 1848:

Summe der Verhältnißzahlen = 283,7, daher die ungekürzte Grundsteuer, d. h. die Grundsteuer ohne Abzug der Zehent- und Dominikal-Steuer

Antw. Vom Besitz Litt. A. war die

Zehent-		— fl. 27 kr. 2 hl.
Dominikal-	Steuer	— „ 28 „ — „
Rustikal-		3 „ 48 „ 4 „
	Summe	= 4 fl. 43 kr. 6 hl.

h) Wie viel beträgt vom Besitz unter Litt. A nach dem Jahre 1848 die einfache *) Grundsteuer, nachdem das Handlohn abgelöst, der Zehent aber nur fixirt worden ist?

Antw. Das Grundsteuer-Simplum nach dem Jahre 1848 ist = 4 fl. 16 kr. 4 hl.

i) Was macht das Zehent-Fixum **) in Getreid und Geld von PlNro. 2517 und zwar

α) für die Gutsherrschaft Lobenstein,

β) für die Pfarrei Steinach?

---

ist	= 4 fl. 43 kr. 6 hl.
Ab die Zehentst. (aus 15,4 + 7,7 + 4,2 Zehentverh.)	= — fl. 27 kr. 2 hl.
Verbleibt	= 4 fl. 16 kr. 4 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus der Handlohns-Quote . . .	— — fl. 28 kr. — hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum	= 3 fl. 48 kr. 4 hl.

*) Die Zehent-Fixa werden im Grundsteuer-Kataster wie Dominikal-Lasten behandelt; nun aber ist das Zehent-Fixum

α) zur Gutsherrschaft Lobenstein

von PlNro. 1531 = 15 fl. 24 kr.

„ „ 1532 = 2 fl. 48 kr.

β) zur Pfarrei Steinach

von PlNro. 1531 = 7 fl. 42 kr.

„ „ 1532 = 1 fl. 24 kr.

Summe = 27 fl. 18 kr.

Die Dominikal-Steuer hievon beträgt 27 kr. 2 hl. Diese Dominikal-Steuer muß der Zehentherr bezahlen, so lange der Zehenthold das Zehent-Fixum nicht nach den Ablösungspreisen in einen höheren jährlichen Betrag oder in Bodenzins umwandelt; nun aber ist dieß bisher nicht geschehen, also kommt die Dominikal-Steuer in Abzug

Die ungekürzte Grundsteuer	= 4 fl. 43 kr. 6 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus dem Zehent-Fixum	= — fl. 27 kr. 2 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum	= 4 fl. 16 kr. 4 hl.

**) Die PlNro. 2517 zu 4,75 Tgw. hat die Bonitätsklasse 8, daher die Verhältnißzahl = 38,0.

Dieses Grundstück hält 3 alte Morgen und 1 Morgen gibt 9 Vor- oder Lohngarben, also 3 Morgen geben 27 solche Garben.

Antw. Zehent-Fixum in Getreid und Geld von PlNro. 2517

α) für die Gutsherrschaft Lobenstein:

Weizen	1	Vlg.	—	Sechz.	=	—	fl.	30	kr.	—	hl.
Korn	1	„	3	„	=	—	„	35	„	—	„
Gerste	2	„	2	„	=	—	„	37	„	4	„
Haber	3	„	1⅖	„	=	—	„	33	„	4	„
				Summe	=	2	fl.	16	kr.	—	hl.

Nimmt man nun an, es werde im 1ten Jahre Weizen, im 2ten Gerste und im 3ten Nichts gebaut, ferner im 4ten Jahre werde Korn, im 5ten Haber und im 6ten wieder Nichts gebaut, so treffen vom ganzen Acker im

1ten Jahre 27 Weizengarben à 2⅔ Sechz. = 4 Mtz. 2 Vlg.	=	9 fl. — kr.
2ten Jahre 27 Gerstengarben „ „ „ „	=	4 fl. 30 kr.
3ten Jahre Nichts (Brache)		— —
4ten Jahre 27 Korngarben „ „ „ „	=	6 fl. — kr.
5ten Jahre 27 Habergarben „ „ „ „	=	3 fl. — kr.
6ten Jahre Nichts (Brache)		— —

Diese Lohngarben haben nun in 6 Jahren einen Werth von 22 fl. 30 kr.
Hievon trifft auf 1 Jahr 3 fl. 45 kr.

Diese Summe Geld gibt zur Verhältnißzahl 3,8 und die Verhältnißzahl des ganzen Grundstückes ist = 38,0. Zieht man jene von dieser ab, so verbleibt (38,0 — 3,8 =) 34,2, wovon das Zehntel 3,4 d. i. 3 fl. 24 kr. Zehentertrag nach Abzug der Vor- oder Lohngarben. Dieses Zehentgeld in die vier Hauptgetreidarten Weizen, Korn, Gerste und Haber gleichheitlich (je 51 kr.) umgewandelt gibt an

Weizen	— Mtz.	1	Vlg.	3	Sechz.	=	— fl.	52	kr.	4	hl.	Kataft.-Preise.
Korn	— „	2	„	2	„	=	— fl.	50	kr.	—	hl.	
Gerste	— „	3	„	2	„	=	— fl.	52	kr.	4	hl.	
Haber	1 „	—	„	3⅗	„	=	— fl.	49	kr.	—	hl.	
					Summe	=	3 fl.	24	kr.	—	hl.	

Hievon ⅔ zur Gutsherrschaft Lobenstein, daher an

Weizen	1	Vlg.	—	Sechz.	=	— fl.	30	kr.	—	hl.	Kataft.-Preise.
Korn	1	„	3	„	=	— fl.	35	kr.	—	hl.	
Gerste	2	„	2	„	=	— fl.	37	kr.	4	hl.	
Haber	3	„	1⅖	„	=	— fl.	33	kr.	4	hl.	
				Summe	=	2 fl.	16	kr.	—	hl.	

Ferner ⅓ zur Pfarrei Steinach, daher an

Weizen	—	Vlg.	2	Sechz.	=	— fl.	15	kr.	—	hl.	Kataft.-Preise.
Korn	—	„	3	„	=	— fl.	15	kr.	—	hl.	
Gerste	1	„	1	„	=	— fl.	18	kr.	6	hl.	
Haber	1	„	3$^5/_7$	„	=	— fl.	19	kr.	2	hl.	
				Summe	=	1 fl.	8	kr.	—	hl.	

β) für die Pfarrei Steinach:

Weizen	— Vlg.	2 Sechz.	=	— fl.	15 kr.	— hl.
Korn	— „	3 „	=	— „	15 „	— „
Gerste	1 „	1 „	=	— „	18 „	6 „
Haber	1 „	$3^5/_7$ „	=	— „	19 „	2 „
		Summe	=	1 fl.	8 kr.	— hl.

k) Was macht das jährliche Zehentgeld *) von PlNro. 2538?

Antw. Das jährliche Zehentgeld von PlNro. 2538 macht 7 fl. 36 kr.

l) Was macht das jährliche Zehentgeld **) von PlNro. 2549?

Antw. Das jährliche Zehentgeld von PlNro. 2549 macht 6 fl. 36 kr.

m) Wie groß ***) war vor dem Jahre 1848 vom Besitz unter Litt. B die Zehent-, Dominikal- und Rustikal-Steuer?

Antw. Vom Besitz Litt. B war die

Zehent- Steuer	— fl.	17 kr.	5 hl.
Dominikal- Steuer	— „	9 „	1 „
Rustikal- Steuer	3 „	14 „	— „
Summe =	3 fl.	40 kr.	6 hl.

---

*) Die PlNro. 2538 zu 3,82 Tgw. hat die Bonitäts-Klasse 20, daher die Verhältnißzahl = 76,4.

Die Wiese PlNro. 2538 ist zweimähdig und der Zehent wird von Heu und Ohmat (Grumet) gereicht, also der ganze Zehent.

Das Zehntel von der Verhältnißzahl ist = 7,6 d. i. 7 fl. 36 kr. Zehentertrag oder **so viel** jährliches Zehentgeld (= $12^2/_3$ Centner Heu à 36 kr.)

**) Die PlNro. 2549 zu 5,06 Tgw. hat die Bonitäts-Klasse 21, also die Verhältnißzahl = 106,3.

Heu : Ohmat = 5 : 3; es ist 5 + 3 = 8 und $^5/_8$ + $^3/_8$ = 1 (ganzer Zehent); nun aber wird nur der Heuzehent gereicht, also der $^5/_8$ Zehent.

Verhältnißzahl = 106,3; hievon $^1/_{10}$tel = 10,6. Diese Verhältnißzahl $^5/_8$mal gibt 6,6 d. i. 6 fl. 36 kr. Zehentertrag oder **so viel** jährliches Zehentgeld (= 11 Centner Heu à 36 kr.)

***) Kataster-Stand des Grundbesitzes unter Litt. B vor dem Jahre 1848: Es war die Summe der Verhältnißzahlen (38,0 + 76,4 + 106,3 =) 220,7, daher die ungekürzte Grundsteuer . . . . = 3 fl. 40 kr. 6 hl.
Ab die Zehentsteuer (aus 3,4 + 7,6 + 6,6 Zehent-Verhältz.) = — fl. 17 kr. 5 hl.
Verbleibt = 3 fl. 23 kr. 1 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus der Handlohnsquote = — fl. 9 kr. 1 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum . . . . = 3 fl. 14 kr. — hl.

n) Wie viel beträgt vom Besitz unter Litt. B nach dem Jahre 1848 die einfache *) Grundsteuer, nachdem das Relevium abgelöst, der Zehent aber nur fixirt worden ist?

Antw. Das Grundsteuer-Simplum nach dem Jahre 1848 ist = 3 fl. 23 kr. 1 hl.

o) Wie hoch berechnet sich das Bodenzins-Kapital **) für die Wechselgilt unter Litt. C?

Antw. Auf 146 fl. 15 kr.

p) Wie groß ist hieraus der jährliche Bodenzins?

Antw. Der jährliche Bodenzins ist = 5 fl. 51 kr.

q) Was macht das Zehent-Fixum ***) in Getreid und Geld von PlNro. 1248$\frac{a}{=}$?

---

*) Die Zehent-Fixa werden im Grundsteuer-Kataster wie Dominikal-Lasten behandelt, nun aber ist das Zehent-Fixum

α) zur Gutsherrschaft Lobenstein

von PlNro. 2517	=	2 fl. 16 kr.
" " 2538	=	7 fl. 36 kr.

β) zur Pfarrei Steinach

von PlNro. 2517	=	1 fl. 8 kr.
" " 2549	=	6 fl. 36 kr.
Summe	=	17 fl. 36 kr.

Ungekürzte Grundsteuer	=	3 fl. 40 kr. 6 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus dem Zehent-Fixum	=	— fl. 17 kr. 5 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum	=	3 fl. 23 kr. 1 hl.

**) Nach den Ablösungspreisen ist der Geldanschlag für die Wechselgilt unter Litt. C folgender

1 Mtz.	2 Vlg.	2 Sechz.	Korn	=	2 fl. 58 kr. 6 hl.
1 "	2 "	2 "	Dinkel	=	1 fl. 21 kr. 2 hl.
1 "	2 "	2 "	Gerste	=	2 fl. 26 kr. 2 hl.
1 "	2 "	2 "	Haber	=	1 fl. 21 kr. 2 hl.
			Summe	=	8 fl. 7 kr. 4 hl.

Hievon das 18fache ist = 146 fl. 15 kr. als Bodenzins-Kapital.

Dieses Kapital gibt zu 4% einen jährlichen Bodenzins von 5 fl. 51 kr.; denn

$$100 : 146\tfrac{1}{4} = 4 : x, \text{ woraus}$$

$$x = \frac{146\tfrac{1}{4} \times 4}{100} = 5\frac{85}{100} \text{ fl.} = 5 \text{ fl. } 51 \text{ kr.}$$

***) Die PlNro. 1248$\frac{a}{=}$ zu 13,75 Tgw. hat die Bonitäts-Klasse 12, also die Verhältnißzahl = 165,0.

Der Zehent zur 11ten Garbe ist der $^{10}/_{11}$tel Zehent. Verhältnißzahl = 165,0; hievon das $^{1}/_{10}$tel = 16,5. Diese (Zehent-) Verhältnißzahl $^{10}/_{11}$ mal

Antw. Zehent-Fixum in Getreid und Geld von PlNro. 1248$\frac{a}{}$:

Korn	2 Mtz.	3 Vlg.	1 Sechz.	=	3 fl. 45 kr.
Dinkel	5 „	2 „	2 „	=	3 fl. 45 kr.
Gerste	3 „	3 „	— „	=	3 fl. 45 kr.
Haber	5 „	2 „	2 „	=	3 fl. 45 kr.
			Summe	=	15 fl. — kr.

r) Was macht das Zehent-Fixum *) in Getreid und Geld von PlNro. 1248$\frac{b}{}$?

gibt 15,0 d. i. 15 fl. — kr. Zehentertrag. Dieses Geld in die vier Hauptgetreidarten Korn, Dinkel, Gerste und Haber gleichheitlich (je 3 fl. 45 kr.) umgewandelt, macht an

Korn	2 Mtz.	3 Vlg.	1 Sechz.	=	3 fl. 45 kr.	Kataster-Preise.
Dinkel	5 „	2 „	2 „	=	3 fl. 45 kr.	
Gerste	3 „	3 „	— „	=	3 fl. 45 kr.	
Haber	5 „	2 „	2 „	=	3 fl. 45 kr.	
			Summe	=	15 fl. — kr.	

*) Die PlNro. 1248$\frac{b}{}$ zu 15,16 Tgw. hat die Bonitäts-Klasse 14, also die Verhältnißzahl = 212,2.

Da bei Eggarten in der Verhältnißzahl der jährliche Durchschnittsertrag (Erträgsfähigkeit) an Acker- und Wiesen-Erträgniß enthalten ist, so handelt es sich bei Ermittelung der Zehentrente der Eggarten darum, ob

a) jedes Erträgniß aus der Acker- und Wiesen-Cultur zehentbar sei, oder ob

b) nur ein Theil und welcher zehentbar sei.

Im ersten (a) Falle ist die Zehentrente oder der Zehentertrag das Zehntel der vollen Verhältnißzahl, also der ganze Zehent; im zweiten (b) Falle aber muß die dem zehentbaren Theile entsprechende Verhältnißzahl erst ermittelt werden. Hiezu muß bekannt sein,

α) wenn nur Acker-Früchte zehentbar sind, der Wirschafts-Turnus oder die Bewirthschaftungsart (ob nämlich Brache und in welcher Art, oder ob keine Brache gehalten werde), und auch das Verhältniß des Ertrags im Ackerzustande zu dem im Wiesenzustande.

β) Wenn die Eggart im Wiesenzustande zweimähdig ist, somit Heu- und Ohmat erträgt, und wenn der Zehent hievon nicht von beiden oder nicht in gleicher Weise gegeben wird, so muß neben obigen Daten auch noch das Ertragsverhältniß zwischen Heu und Ohmat bekannt sein.

Beispiel: Der ganze Wirthschafts-Turnus sei 13 Jahre, nämlich 4 Getreidjahre (m), 6 Ackerjahre (n) und 3 Heujahre (p); das Ertragsverhältniß sei:

Körnerertrag: Heu und Ohmatertrag = 3 : 4 = a : b.

Heu: Ohmat = 5 : 3 = c : d.

Allgemeine Formel für den

Antw. Zehent-Fixum in Getreid und Geld von PlNro. $1248^{\underline{b}}$:

	Sch.	Mtz.	Vlg.	Sechz.		fl.	kr.	hl.
Korn	— Sch.	3 Mtz.	— Vlg.	3 Sechz.	=	4 fl.	15 kr.	— hl.
Dinkel	1 "	— "	1 "	3 "	=	4 "	17 "	4 "
Gerste	— "	4 "	1 "	3 6/7 "	=	4 "	22 "	— "
Haber	1 "	— "	1 "	3 "	=	4 "	17 "	4 "
				Summe	=	17 fl.	12 kr.	— hl.

s) Wie groß *) war **vor** dem Jahre 1848 vom Besitz unter Litt. C die Zehent-, Dominikal- und Rustikal-Steuer?

---

a) Ackerzehent. b) Heuzehent.

$$\frac{2an}{2an + 3bp} \qquad \left(1 - \frac{2an}{2an + 3bp}\right)\frac{c}{c + d}$$

Die Einheit (1) bedeutet den ganzen Zehent. Für das **jährliche** Durchschnittserträgniß ist nun der treffende Zehenttheil oder

$$z = \frac{2an}{2an + 3bp} + \left(1 - \frac{2an}{2an + 3bp}\right)\frac{c}{c + d}$$

Berechnung des obigen Beispiels:

$$\frac{2.3.6}{2.3.6 + 3.4.3} = \frac{36}{36 + 36} = \frac{36}{72} = \frac{1}{2}$$ als Zehenttheil für den Getreidbau, und

$$\left(1 - \frac{2.3.6}{2.3.6 + 3.4.3}\right) \cdot \frac{5}{5 + 3} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{16}$$ als Zehenttheil für den Grasbau.

Also $z = \frac{1}{2} + \frac{5}{16} = \frac{13}{16}$ als Zehenttheil für das **jährliche** Durchschnittserträgniß.

Verhältnißzahl der PlNro. $1248^{\underline{b}}$ = 212,2; hievon 1/10tel = 21,2. Diese Verhältnißzahl 13/16mal gibt 17,2 d. i. 17 fl. 12 kr. Zehentertrag. Dieses Geld in die vier Hauptgetreidarten Korn, Dinkel, Gerste und Haber gleichheitlich (je 4 fl 18 kr.) umgewandelt, macht an

	Sch.	Mtz.	Vlg.	Sechz.		fl.	kr.	hl.	
Korn	— Sch.	3 Mtz.	— Vlg.	3 Sechz.	=	4 fl.	15 kr.	— hl.	Katast.-Preise.
Dinkel	1 "	— "	1 "	3 "	=	4 fl.	17 kr.	4 hl.	
Gerste	— "	4 "	1 "	1 6/7 "	=	4 fl.	22 kr.	— hl.	
Haber	1 "	— "	1 "	3 "	=	4 fl.	17 kr.	4 hl.	
				Summe	=	17 fl.	12 kr.	— hl.	

*) Kataster-Stand des Grundbesitzes unter Litt. C **vor** dem Jahre 1848: Es war die Summe der Verhältnißzahlen (165,0 + 212,2 =) 377,2, daher die **ungekürzte** Grundsteuer . . . . = 6 fl. 17 kr. 2 hl.
Ab die Zehent-Steuer (aus 15,0 + 17,2 Zeh.-Verhältz.) = — fl. 32 kr. 2 hl.
Verbleibt = 5 fl. 45 kr. — hl.
Ab die Dominikalsteuer aus der Handlohnsquote u. Wechselgilt = — fl. 29 kr. — hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum = 5 fl. 16 kr. — hl.

Antw. Vom Besitz Litt. C war die

Zehent-		— fl.	32 kr.	2 hl.
Dominikal-	Steuer	— „	29 „	— „
Rustikal-		5 „	16 „	— „
Summe	=	6 fl.	17 kr.	2 hl.

t) Wie viel beträgt vom Besitz unter Litt. C nach dem Jahre 1848 die einfache *) Grundsteuer, nachdem der Bestand abgelöst, die Wechselgilt in Bodenzins umgewandelt, der Zehent aber nur fixirt worden ist?

Antw. Das Grundsteuer-Simplum nach dem Jahre 1848 ist = 5 fl. 45 kr.

u) Was macht das Zehent-Fixum **) in Getreid und Geld von PlNro. 2819 unter Litt. D und zwar

*) Das Zehent-Fixum für den Besitz Litt. C beträgt in Geld von

PlNro. 1248$\frac{a}{}$	=	15 fl.	— kr.	— hl.
PlNro. 1248$\frac{b}{}$	=	17 fl.	12 kr.	— hl.
Summe	=	32 fl.	12 kr.	— hl.;

diese geben an Dominikal-Steuer 32 kr. 2 hl.

Ungekürzte Grund-Steuer	=	6 fl.	17 kr.	2 hl.
Ab die dermalige Dominikal-Steuer . .	=	— fl.	32 kr.	2 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum . .	=	5 fl.	45 kr.	— hl.

**) Die PlNro. 2819 zu 15,02 Tgw. hat die Bonitätsklasse 9, also die Verhältnißzahl = 135,2.

Nimmt man an, es verhalte sich die

Winterfrucht : Sommerfrucht = 2 : 1;

so ist 2 + 1 = 3 und $^2/_3$ + $^1/_3$ = 1 (ganzer Zehent); daher ist der Zehent von der Winterfrucht als der $^2/_3$ Großzehent zu betrachten und der Zehent von den Sommerfrucht ist der $^1/_3$ Großzehent.

Auf die Winterfrucht trifft an Verhältnißzahl $^2/_3$tel oder (135,2 × $^2/_3$ =) 90,1; hievon $^1/_{10}$tel = 9,0 d. i. 9 fl. — kr. Zehentertrag aus der Winterfrucht für die Gutsherrschaft Lobenstein.

Auf die Sommerfrucht trifft an Verhältnißzahl $^1/_3$tel oder (135,2 × $^1/_3$ =) 45,0; hievon $^1/_{10}$tel = 4,5 d. i. 4 fl. 30 kr. Zehentertrag aus der Sommerfrucht für die Pfarrei Steinach und für die Pfarrei Guttenberg. Hievon trifft der Pfarrei Steinach $^1/_3$tel plus der Vortheilzehent und der Pfarrei Guttenberg $^2/_3$tel minus der Vortheilzehent.

α) für die Gutsherrschaft Lobenstein,
β) für die Pfarrei Steinach,
γ) für die Pfarrei Guttenberg?

Antw. Zehent-Fixum in Getreid und Geld von PlNro. 2819

Nimmt man an, es sei von der Sommerfrucht 1 Gerstengarbe = $2^2/_3$ Sechz. Gerste, so sind 10 Gerstengarben = 1 Mtz. 2 Vlg. $2^2/_3$ Sechz. Gerste = 1 fl. 40 kr.

Nimmt man ferner an, es sei 1 Habergarbe = $2^2/_3$ Sechz. Haber, so sind 5 Habergarben = 3 Vlg. $1^1/_3$ Sechz. Haber = 33 kr. 3 hl.

Es sind 10 Gerstengarben + 5 Habergarben	=	1 fl.	40 kr.	— hl.
	+	— fl.	33 kr.	3 hl.
Also der Vortheilzehent	=	2 fl.	13 kr.	3 hl.

Von den 4 fl. 30 kr. Zehentertrag aus der Sommerfrucht ist das **eine** Drittel	=	1 fl.	30 kr.	— hl.
+ der Vortheilzehent	=	2 fl.	13 kr.	3 hl.
Also Zehentertrag **mit** Vortheilzehent für die Pfarrei Steinach	=	3 fl.	43 kr.	3 hl.

Von 4 fl. 30 kr. Zehentertrag aus der Sommerfrucht sind **zwei** Drittel	=	3 fl.	— kr.	— hl.
— der Vortheilzehent	=	2 fl.	13 kr.	3 hl.
Also Zehentertrag **nach Abzug** des Vortheilzehents für die Pfarrei Guttenberg	=	— fl.	46 kr.	5 hl.

Die Geldbeträge in die 4 Hauptgetreidarten Korn, Dinkel, Gerste und Haber umgewandelt geben α) für die Gutsherrschaft Lobenstein aus 9 fl. — kr. an

	Mtz.	Vlg.	Sechz.		fl.	kr.	
Korn	1 Mtz.	2 Vlg.	3 Sechz.	=	2 fl.	15 kr.	Katast.-Preise.
Dinkel	3 „	1 „	2 „	=	2 fl.	15 kr.	
Gerste	2 „	1 „	— „	=	2 fl.	15 kr.	
Haber	3 „	1 „	2 „	=	2 fl.	15 kr.	
			Summe	=	9 fl.	— kr.	

β) für die Pfarrei Steinach aus 3 fl. 43 kr. 3 hl. an

	Mtz.	Vlg.	Sechz.		fl.	kr.	hl.	
Korn	— Mtz.	2 Vlg.	3 Sechz.	=	— fl.	55 kr.	— hl.	Katast.-Preise.
Dinkel	1 „	1 „	2 „	=	— fl.	55 kr.	— hl.	
Gerste	— „	3 „	$3^4/_7$ „	=	— fl.	58 kr.	3 hl.	
Haber	1 „	1 „	2 „	=	— fl.	55 kr.	— hl.	
			Summe	=	3 fl.	43 kr.	3 hl.	

γ) für die Pfarrei Guttenberg aus 46 kr. 5 hl. an

	Vlg.	Sechz.		kr.	hl.	
Korn	— Vlg.	2 Sechz.	=	10 kr.	— hl.	Katast.-Preise.
Dinkel	1 „	2 „	=	15 kr.	— hl.	
Gerste	— „	$1^3/_4$ „	=	6 kr.	5 hl.	
Haber	1 „	2 „	=	15 kr.	— hl.	
		Summe	=	46 kr.	5 hl.	

α) für die Gutsherrschaft Lobenstein:

Korn	1 Mtz.	2 Vlg.	3 Sechz.	= 2 fl.	15 kr.	
Dinkel	3 "	1 "	2 "	= 2 "	15 "	
Gerste	2 "	1 "	— "	= 2 "	15 "	
Haber	3 "	1 "	2 "	= 2 "	15 "	
			Summa	= 9 fl.	— kr.	

β) für die Pfarrei Steinach:

Korn	— Mtz.	2 Vlg.	3 Sechz.	= — fl.	55 kr.	— hl.
Dinkel	1 "	1 "	2 "	= — "	55 "	— "
Gerste	— "	3 "	$3^1/_7$ "	= — "	58 "	3 "
Haber	1 "	1 "	2 "	= — "	55 "	— "
			Summe	= 3 fl.	43 kr.	3 hl.

γ) für die Pfarrei Guttenberg:

Korn	— Vlg.	2 Sechz.	= 10 kr.	— hl.
Dinkel	1 "	2 "	= 15 "	— "
Gerste	— "	$1^3/_4$ "	= 6 "	5 "
Haber	1 "	2 "	= 15 "	— "
		Summe	= 46 kr.	5 hl.

v) Wie hoch berechnet sich das Bodenzins-Kapital für das Kleinzehent-Fixum *) auf PlNro. 2819 unter Litt. D?

Antw. Auf 21 fl. 36 kr.

w) Was beträgt der jährliche Bodenzins hieraus:

Antw. 51 kr. 7 hl.

x) Wie groß **) war vor dem Jahre 1848 vom Besitz unter Litt. D die Zehent-, Dominikal- und Rustikal-Steuer?

---

*) Dieses Kleinzehent-Fixum betrug bisher jährlich 1 fl. 12 kr. Hievon das 18 fache = 21 fl. 36 kr. als Bodenzins-Kapital. Bodenzins hieraus = 51 kr. 7 hl.; denn

$$100 : 21^3/_5 = 4 : x, \text{ woraus } x = \frac{21^3/_5 \times 4}{100} = \frac{432}{500} \text{ fl.} = 51 \text{ kr. } 7 \text{ hl.}$$

**) Kataster-Stand des Besitzes unter Litt. D vor dem Jahre 1848: Es war die Verhältnißzahl = 135,2, daher die ungekürzte Grundsteuer

	= 2 fl.	15 kr.	2 hl.
Ab die Zehentsteuer (aus 9,0 + 4,5 Zehent-Verhältz.)	= — fl.	13 kr.	4 hl.
Verbleibt	= 2 fl.	1 kr.	6 hl.
Ab die Dominikal-Steuer aus der Handlohnsquote	= — fl.	4 kr.	— hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum . .	= 1 fl.	57 kr.	6 hl.

Antw. Vom Besitz Litt. D war die

Zehent-	Steuer	— fl.	13 kr.	4 hl.
Dominikal-		— fl.	4 kr.	— hl.
Rustikal-		1 fl.	57 kr.	6 hl.
	Summe =	2 fl.	15 kr.	2 hl.

y) Wie viel beträgt vom Besitz Litt. D nach dem Jahre 1848 die einfache *) Grundsteuer, nachdem das Neustift abgelös't, das Zehentgeld für den fixirten Kleinzehent in Bodenzins umgewandelt, der Großzehent aber **nur** fixirt worden ist?

Antw. Das Grundsteuer-Simplum nach dem Jahre 1848 ist = 2 fl. 1 kr. 6 hl.

z) Wie schon oben erwähnt wurde, ist die Ermittelung der Verhältnißzahlen und der Steuerbeträge in Mittelfranken, Schwaben und Neuburg &c. ganz verschieden von der in Oberfranken; welche verdient den Vorzug und warum?

Antw. Die Ermittelung der Verhältnißzahlen und der Steuerbeträge nach oberfränkischer Art ist der in Mittelfranken &c. vorzuziehen, weil die oberfränkische Methode einfacher **) und daher weniger Gelegenheit zu Kalkulfehlern geboten ist.

---

*) Das Zehent-Fixum für den Besitz Litt. D beträgt für die

α) Gutsherrschaft Lobenstein	9 fl.	— kr.	— hl.
β) Pfarrei Steinach . .	3 fl.	43 kr.	3 hl.
γ) Pfarrei Guttenberg	— fl.	46 kr.	5 hl.
Summe =	13 fl.	30 kr.	— hl.
Ungekürzte Grundsteuer . . . . =	2 fl.	15 kr.	2 hl.
Ab die Dominikalsteuer aus dem Zehentfixum =	— fl.	13 kr.	4 hl.
Verbleibt als Grundsteuer-Simplum . . =	2 fl.	1 kr.	6 hl.

**) Daß die oberfränkische Methode einfacher ist, soll an einem Beispiele gezeigt werden. Es werde z. B. ein Acker PlNro. 1258 zu 27 Tgw. 49 Dez. mit der Bonitäts-Klasse 8 in 5 gleiche Theile getheilt, so ergibt sich in

a) Oberfranken:

(27,49 Tgw. — 8. Kl. — 219,92 Verh. = 3 fl. $39^{92}/_{100}$ kr. Steuer-Simplum.)

PlNro. 1258 =	5,49 Tgw.	— 8. Kl.	— 43,92 Verh.	= — fl. $43^{92}/_{100}$ kr.	St.-Simpl.
$1258^1/_2$ =	5,51 „	— 8. „	— 44,08 „	= — fl. $44^{8}/_{100}$ kr.	„ „
$1258^1/_3$ =	5,49 „	— 8. „	— 43,92 „	= — fl. $43^{92}/_{100}$ kr.	„ „
$1258^1/_4$ =	5,51 „	— 8. „	— 44,08 „	= — fl. $44^{8}/_{100}$ kr.	„ „
$1258^1/_5$ =	5,49 „	— 8. „	— 43,92 „	= — fl. $43^{92}/_{100}$ kr.	„ „
Summe =	27,49 Tgw.	— 8. Kl.	— 219,92 Verh.	= 3 fl. $39^{92}/_{100}$ kr.	St.-Simpl.

229) Bei Kriegszeiten kommt der Staat (Bayern) in Geldverlegenheit und muß eine Contribution (Beisteuer) auflegen. Hiebei trifft es der Steuergemeinde Steinach, welche aus nur 12 Haus-Nummern besteht,
a) 150 Schäffel Haber,
b) 180 Centner Heu, und
c) 250 Gulden in Geld.

Diese Beisteuer wird nach dem gesetzlichen Maßstabe, nämlich nach der Verhältnißzahl repartirt (vertheilt oder ausgeschlagen.) Es ist die Gesammtverhältnißzahl bei

HausNro.	1	=	1380,7
	2	=	425,3
	3	=	1276,5
	4	=	899,2
	5	=	1548,1
	6	=	1585,8
	7	=	322,6
	8	=	1044,9
	9	=	1421,0
	10	=	1154,8
	11	=	252,6
	12	=	1605,6
Summe		=	12917,1

---

b) Mittelfranken.

(27,49 Tgw. — 8. Kl. — 219,9 Verh. = 3 fl. 39 kr. 7 hl. Steuer-Simplum.)

PlNro. 1258	= 5,49 Tgw.	— 8. Kl.	— 43,9 Verh.	= — fl. 43 kr. 7 hl.	Steuer-Simpl.
$1258^1/_2$	= 5,51 „	— 8. „	— 44,1 „	= — fl. 44 kr. 1 hl.	„ „
$1258^1/_3$	= 5,49 „	— 8. „	— 43,9 „	= — fl. 43 kr. 7 hl.	„ „
$1258^1/_4$	= 5,51 „	— 8. „	— 44,1 „	= — fl. 44 kr. 1 hl.	„ „
$1258^1/_5$	= 5,49 „	— 8. „	— 43,9 „	= — fl. 43 kr. 7 hl.	„ „
Summe	= 27,49 Tgw.	— 8 Kl.	— 219,9 Verh.	= 3 fl. 39 kr. 7 hl.	Steuer-Simpl.

Wenn bei einer Vertheilung kein Messungs- oder Kalkulfehler entdeckt wird, so müssen die einzelnen Theile die ursprüngliche Summe an Fläche und Steuergrößen wiedergeben. Obiges Grundstück hat nun der Geometer auf dem Felde in 5 gleiche Theile zu theilen, die Kataster-Fläche läßt sich aber nicht mit 5 ohne Rest dividiren, daher kann dieses Grundstück auf dem Papier nicht in 5 gleiche Theile getheilt werden, weßhalb die Differenz ausgeglichen werden muß. Je größer die Fläche auf'm Papier, desto größer die Verhältnißzahl und die daraus berechnete Steuer, weßhalb die Fläche auf'm Papier nicht willkürlich vertheilt werden darf, sondern der Geometer muß die Differenz ausgleichen nach der mehr oder weniger vortheilhaften Lage der einzelnen Theile, oder nach Verschiedenheit der Bonitäts-Klasse (ein so großer Acker ist wohl nie gleich gut und die Bonitätsklasse eine Durchschnittsklasse. Vergleiche die Anmerkung zu Nro 111 auf Seite 30).

Es entsteht also die Frage:

Was trifft es jedem Hause *) an Haber, Heu und Geld?

Antw. Es trifft

Bei HsNro.	Haber				Heu		Geld		Bemerkung.
	Sch.	Mtz.	Vlg.	Sechz.	Ctr.	℔.	fl.	kr.	
1	16	—	—	3	19	24	26	43	
2	4	5	2	2	5	93	8	14	
3	14	4	3	3	17	79	24	46	
4	10	2	2	2	12	53	17	24	
5	17	5	3	2	21	57	29	57	
6	18	2	2	—	22	10	30	41	
7	3	4	2	—	4	50	6	14	
8	12	—	3	1	14	56	20	13	
9	16	3	—	—	19	80	27	30	
10	13	2	1	3	16	09	22	21	
11	2	5	2	2	3	52	4	53	
12	18	3	3	2	22	37	31	4	
Summe	150	—	—	—	180	—	250	—	

Bemerkung. Sind in einer Gemeinde sehr viele Haus-Nummern, so werden derlei Repartitionen am schnellsten und sichersten dadurch gemacht, daß man sich eine Skala (Faulenzer) berechnet. So könnte man z. B. für die Habergröße berechnen:

Wie viel Sechzehntel, Vierling ꝛc. trifft auf 0,1 Verhältnißzahl
0,2 " "
0,3 " "
bis 0,9 " "

Weiß man nun wie viel auf 0,1; 0,2; 0,3 ꝛc. trifft, so weiß man auch (durch Verrückung des Komma) wie viel auf 1,0; 2,0; 3,0 ꝛc. und wie viel auf 10,0; 20,0; 30,0 ꝛc. trifft.

Alle diese Beträge gehörig geordnet, geben eine Skala oder sogenannten Faulenzer (siehe Einsle's Maßzusammenstellung Seite 17).

*) Nachdem man die Schäffel Haber in Sechzehntel (150 Sch. = 14400 Sechz.), die Centner Heu in Pfund (180 Ctr. = 18000 ℔) und die Gulden in Kreuzer (250 fl. = 15000 kr.) aufgelößt hat, heißt der Ansatz:

Die Gesammtverhältnißzahl verhält sich zur Theilverhältnißzahl wie die ganze Schuldigkeit zum treffenden (x) Betrag, oder bei HsNro. 1.

a) Zur Vertheilung des Habers.

12917,1 : 1380,7 = 14400 : x, woraus

x = 14400 : 12917,1 × 1380,7 = 1,1148 × 1380,7 = 1539 Sechz. Haber.

Bei den Habergrößen bleibt der Faktor 1,1148 constant für alle Haus-Nummern, daher x = 1,1148 × 1380,7 für HsNro. 1;

x = 1,1148 × 425,3 für HsNro. 2 ꝛc.

b) Zur Vertheilung des Heues.

12917,1 : 1380,7 = 18000 : x', woraus

x' = 18000 : 12917,1 × 1380,7 = 1,39349 × 1380,7 = 1924 ℔. Heu.

Bei den Heugrößen bleibt der Faktor 1,39349 constant für alle HausNummern, daher x' = 1,39349 × 1380,7 für HsNro. 1.

x' = 1,39349 × 425,3 für HsNro. 2. ꝛc.

c) Zur Vertheilung des Geldes.

12917,1 : 1380,7 = 15000 : x'', woraus

x'' = 15000 : 12917,1 × 1380,7 = 1,16125 × 1380,7 = 1603 Kreuzer.

Bei den Geldgrößen bleibt der Faktor 1,16125 constant für alle Haus-Nummern, daher

x'' = 1,16125 × 1380,7 für HsNro. 1.

x'' = 1,16125 × 425,3 für HsNro. 2 ꝛc.

Nachtrag.

Es sind bisher schon mehrere allgemeine Ausdrücke (Formeln) aufgestellt worden und in der Folge werden noch einige dergleichen kommen, weßhalb das Wesentliche aus der allgemeinen Arithmetik oder Buchstabenrechnung hier eingeschaltet werden soll. Buchstabenrechnung (Algebra) *) ist die Lehre von der allgemeinen Bezeichnungsart der Größen und ihrer Formen und von der allgemeinen Umwandelung der letzteren. Einem Buchstaben als Zahlzeichen kann man jeden beliebigen Werth von ganzen und gebrochenen Zahlen, von Ruthen, Fuß, Quadrat-Zoll, Kubik-Linien, Eimern, Schäffeln, Pfunden, Gulden ꝛc. beilegen; jedoch muß in der nämlichen Rechnung ein und derselbe Buchstabe auch einen und denselben Werth (Bedeutung) beibehalten, den man ihm einmal beigelegt hat. Ein Buchstabe als Zahlzeichen hat also an und für sich keinen bestimmten Werth, daher auch durch die Verbindung mehrerer Buchstabengrößen nichts ausgerechnet werden kann, sondern es kann nur das Verfahren angedeutet werden, nach welchem bei einem besonderen Beispiele gerechnet werden muß. Die Wahl der Buchstaben ist im Allgemeinen willkührlich; jedoch befolgt man gern, nm die Verständlichkeit zu unterstützen, den allgemeinen Gebrauch, die Zahlen-Größen, welche als bekannt vorausgesetzt werden, mit den Anfangsbuchstaben des kleinen lateinischen Alphabetes a, b, c, d ꝛc. zu bezeichnen, wogegen die Zahlen-Größen, welche noch unbekannt sind, mit den Endsbuchstaben desselben Alphabetes x, y, z bezeichnet werden; besonders bezeichnet x jede noch zu suchende Größe.

Die Zahl, welche anzeigt wie oft die nämliche Buchstaben-Größe als Summand stehen soll, heißt Coefficient. Die Coefficienten dienen zur Abkürzung der Schreibart. So z. B. ist $4a = a + a + a + a$; $5b = b + b + b + b + b$; $3abc = abc + abc + abc$, wo 4 der Coefficient von a, 5 der Coefficient von b und 3 der Coefficient von abc ist. Kommt eine Buchstabengröße nur einmal vor, so hat sie den Coefficienten 1, welcher aber niemals geschrieben wird, sondern man schreibt anstatt 1 a, 1 b, 1 abc nur einfach a, b, abc.

Eine Größe ein oder mehrmal mit sich selbst multipliciren, heißt dieselbe potenziren. Das Produkt, welches man erhält, wenn man eine Größe ein oder mehrmal mit sich selbst multiplicirt, heißt Potenz (Würde). Diejenige Größe, welche ein oder mehrmal mit sich selbst multiplicirt wird, heißt Grundfaktor. **) Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie oft der Grundfaktor

*) Einige unterscheiden zwischen Buchstabenrechnung und Algebra und verstehen unter Algebra bloß die Lehre von den Gleichungen.

**) Auch Grundzahl, Hauptgröße, Urgröße, Wurzel, Basis, Dignand.

mit sich selbst multiplicirt werden soll, heißt Exponent, der rechts ober dem Grundfaktor zu stehen kommt. Die Zahl, welche anzeigt, wie oft die Potenz als Summand gesetzt oder der wie vielte Theil von der Potenz genommen werden soll, heißt Coefficient, der links vor die Potenz zu stehen kommt. So z. B. ist $a \times a = a^2$ oder a der zweiten Potenz d. i. das Quadrat *) von a, wo a der Grundfaktor und 2 der Exponent ist; $a \times a \times a = a^3$ oder a der dritten Potenz d. i. der Kubus **) von a, wo wiederum a der Grundfaktor und 3 der Exponent ist. Ferner ist $5 \,.\, (b \times b \times b \times b) = 5b^4$, wo b Grundfaktor, 5 Coefficient und 4 Exponent ist. Setzt man $b = 3$, so ist $5 \,.\, (3 \times 3 \times 3 \times 3) = 5 \,.\, 3^4 = 5 \,.\, 81 = 405$. Es ist ferner $\frac{3}{4} \,.\, (c \times c \times c \times c \times c) = \frac{3}{4} c^5$, wo c Grundfaktor, $^3/_4$ Coefficien und 5 Exponent ist. Setzt man $c = 2$, so ist $\frac{3}{4} \,.\, (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = \frac{3}{4} \,.\, 2^5 = \frac{3}{4} \,.\, 32 = \frac{96}{4} = 24$.

Einer der gleichen Faktoren einer Potenz heißt Grundfaktor oder auch ihre **Wurzel.** Aus einer Größe eine Wurzel ausziehen heißt ***) dieselbe in gleiche Faktoren zerlegen und einen davon als Wurzel annehmen. Diejenige Größe, aus welcher eine bestimmte Wurzel ausgezogen werden soll, heißt Wurzelgröße. †) Diejenige Zahl, welche anzeigt, die wie vielste Wurzel aus einer Größe ausgezogen werden soll, heißt Wurzel-Exponent, ††) der in die Oeffnung des Zeichens ($\sqrt{\ }$) geschrieben †††) wird, das

*) Quadrat hat eine doppelte Bedeutung; denn in der Geometrie ist es ein reguläres Viereck, nämlich ein solches, bei dem alle Seiten und Winkel einander gleich sind, und in der Arithmetik ist Quadrat ein Produkt aus zwei gleichen Faktoren.

**) Kubus (Würfel) hat eine doppelte Bedeutung; denn in der Stereometrie (in der körperlichen Geometrie) ist er ein regulärer von sechs gleichen Quadraten begränzter Körper, und in der Arithmetik ist Kubus ein Produkt aus drei gleichen Faktoren.

***) Man kann die Erklärung vom Wurzelausziehen auch also geben: Eine Größe in so viel gleiche Faktoren zerlegen, als der Wurzelexponent Einheiten enthält, und einen davon als Wurzel annehmen, heißt dieselbe (Größe) depotenziren oder radiziren.

†) Oder: Jede Größe, welche unter einem Wurzelzeichen steht oder welche mit einem Wurzelzeichen behaftet ist, heißt Wurzelgröße.

††) Die Exponenten der Potenz und die Wurzel-Exponenten dürfen ja nicht mit einander verwechselt oder für gleichbedeutend gehalten werden, indem beide eine ganz entgegengesetzte Bedeutung haben; denn jener zeigt an, wie oft eine Größe mit sich selbst multiplicirt, dieser hingegen in wie viel gleiche Faktoren eine Größe zerlegt werden soll.

†††) Wurzel heißt im Lateinischen radix. Der Anfangsbuchstaben dieses Wortes etwas verzogen, gibt das Wurzelzeichen $\sqrt{\ }$. Soll eine Größe in zwei gleiche Faktoren zerlegt werden, oder soll man aus einer Größe die zweite Wurzel (Qua-

links vor der Größe zu stehen kommt, aus welcher die Wurzel ausgezogen werden soll. Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie oft die Wurzelgröße als Summand gesetzt, oder der wie vielte Theil von einer Wurzelgröße genommen werden soll, heißt **Coefficient**, der links vor dem Wurzel-Zeichen zu stehen kommt.

So z. B. $2\sqrt[3]{64} = 2\sqrt[3]{4 . 4 . 4} = 2 . 4 = 8$, wo 2 der Coefficient, 3 der Wurzel-Exponent, 64 die Wurzelgröße und endlich der Faktor 4 die Wurzel selbst ist.

Die mit gleichen Buchstaben bezeichneten Größen heißen **gleichartig** (homogen), daher heißen auch diejenigen Ausdrücke, in welchen dieselben Buchstaben vorkommen, **gleichartig**, während diejenigen, in welchen verschiedene Buchstaben vorkommen, **ungleichartig** (heterogen) genannt werden, es mögen übrigens die Coefficienten beschaffen sein, wie sie wollen. So z. B. sind 5a, 8a, $^1/_2$a 2c., ferner 4abc, 7abc, $^3/_4$abc 2c. **gleichartig**; hingegen sind 4b, 12c, 15d 2c., ferner 4ab, 5bc, 9ad 2c. **ungleichartig**.

Buchstabengrößen, welche **nicht** durch das Zeichen plus (+) oder minus (—) verbunden sind, heißen **einfach**. Buchstabengrößen dagegen, welche durch das Zeichen plus (+) oder minus (—) verbunden sind, heißen **zusammengesetzt** oder **complex**. Die Theile, welche durch plus (+) oder minus (—) verbunden sind, heißen **Glieder**. So z. B. sind ab, 4cd, $\frac{ab}{c}$ 2c. **einfache** Größen; hingegen sind $a + b$, $2x - y$, $8ab + \frac{b}{c}$ 2c. **zusammengesetzte** Größen. Eine complexe Größe, welche aus zwei, drei oder mehreren Gliedern besteht, heißt auch **zwei-, drei-** oder **mehrgliedrig**, oder auch **zwei-, drei-** oder **mehrtheilig**.

Soll eine complexe Größe addirt, subtrahirt, multiplicirt oder dividirt werden, so umschließt man sie mit Klammern ( ) oder Hacken [ ], oder man bringt sie überhaupt in eine Parenthese, um dadurch anzuzeigen, daß diese Rechnungsarten nicht auf ein einzelnes Glied dieser Größe, sondern auf sämmtliche Bezug haben.

Größen, welche sich bei ihrer Verbindung vermehren, heißen **übereinstimmend**; Größen hingegen, welche sich bei ihrer Verbindung vermindern (zum Theil oder ganz aufheben), werden **entgegengesetzt** genannt. Solche entgegengesetzte Größen sind z. B. Vermögen und Schulden, Einnahme und Ausgabe, Gewinnst und Verlust, Steigen und Fallen, Vorwärts- und Rückwärtsgehen, Wärme und Kälte, überhaupt Bewegungen, Kräfte, Linien 2c., welche in entgegengesetzten Richtungen auf einen gewissen Punkt hinwirken.

Entgegengesetzte Größen müssen an sich und außer ihrer Entgegensetzung gleichartig sein. So z. B. sind Vermögen und Schulden, insofern sich

---

drat-Wurzel) ausziehen, so wird links vor die gegebene Größe das Wurzelzeichen aber ohne den Wurzelexponenten 2 gesetzt. So z. B. $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{a^2} = a$. Die dritte Wurzel heißt **Kubikwurzel**, und die vierte Wurzel heißt **Biquadrat-Wurzel**.

beide auf eine Summe Geld beziehen, gleichartig; eben so sind auch Steigen und Fallen, insofern sich beide auf Bewegung beziehen, gleichartig. Die eine von diesen entgegengesetzten Größen, gleichviel welche, nennt man **positiv**, während die andere **negativ** genannt wird. Wenn z. B. das Steigen eines Körpers als positiv angenommen wird, so ist das Fallen desselben negativ. Damit man aber in einer Rechnung (Kalkul) die positiven Größen von den negativen unterscheiden könne, so hat man für gut gefunden, die positiven Größen mit dem Additionszeichen (+) und die negativen mit dem Subtraktionszeichen (—) zu bezeichnen. Weil man einmal übergekommen ist, die positiven Größen mit dem Additionszeichen und die negativen mit dem Subtraktionszeichen zu bezeichnen, und weil zudem Addition und Subtraktion entgegengesetzte Rechnungsarten sind, so heißt man die positiven Größen auch **additiv**, während die negativen auch **subtraktiv** genannt werden. Uebrigens könnte man die entgegengesetzten Größen, um ihren Gegensatz recht herauszuheben, sehr bezeichnend **positiv** und **oppositiv** nennen. Wenn eine positive Größe am Anfange steht, so läßt man der Kürze wegen ihre Zeichen (+) weg. Obgleich die positiven und negativen Größen durch das Additions- und Subtraktionszeichen ausgedrückt werden, so darf man doch die Zeichen der positiven und negativen Größen nicht mit diesen verwechseln, und der Anfänger wird sehr wohl thun, wenn er beide zugleich ansetzt.

In der Buchstabenrechnung gibt es keinen Lokal-Werth, sondern man setzt die Buchstaben in alphabetischer Ordnung und complexe Größen werden so geordnet, daß jedesmal ein positives Glied am Anfange zu stehen kommt.

I. **Addition.** Regeln: a) Sollen **gleichartige** Größen mit **gleichen** Zeichen addirt werden, so addire man ihre Coefficienten und gebe der Summe das Zeichen der Summanden.

b) Sollen **gleichartige** Größen mit **ungleichen** Zeichen addirt werden, so ziehe man die kleinere von der größeren ab und gebe dem Reste (eigentlich der Summe) das Zeichen der größeren.

c) Sollen **ungleichartige** Größen addirt werden, so setze man sie mit ihren Zeichen hintereinander, d. i. man kann in diesem Falle die Addition nur andeuten.

Erläuterungsbeispiele ad a)

1) $(+12) + (+3) = +15$ d. h. wenn man zur positiven Größe 12 noch die positive Größe 3 hinzugibt (addirt), so erhält man die positive Summe 15. Hat z. B. Jemand 12 fl. gewonnen und er gewinnt dazu noch 3 fl, so ist sein ganzer Gewinnst offenbar 15 fl.

2) $(+8a) + (+5a) = +13a$, oder $8a + 5a = 13a$.

3) $(-12) + (-3) = -15$, d. h. wenn man zur negativen Größe 12 noch die negative Größe 3 hinzugibt (addirt), so erhält man die negative Summe 15. Hat z. B. Jemand 12 fl. Schulden und er entlehnt dazu noch 3 fl., so belaufen sich seine Schulden offenbar auf 15 fl.

4) $(-8a) + (-5a) = -13a$, oder $-8a + (-5a) = -13a$.

5) $a^3 + 5a^3 + 4a^3 = 10a^3$ *)

6) $2a^{1/2} + 3a^{1/2} + 7a^{1/2} = 12a^{1/2}$ **)

7) $\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ *)

Erläuterungsbeispiele ad b)

8) $(+12) + (-3) = +9$ d. h. wenn man zur positiven Größe 12 noch die negative Größe 3 hinzugibt (addirt), so erhält man die positive Summe 9. Hat z. B. Jemand 12 fl. Vermögen, muß aber davon 3 fl. Schulden bezahlen, oder bringt er 12 fl. Vermögen mit 3 fl. Schulden in Verbindung, so ist sein wirkliches Vermögen offenbar nur 9 fl.

9) $(+8a) + (-5a) = +3a$, oder $8a + (-5a) = 3a$, oder $8a - 5a = 3a$.

10) $(-12) + (+3) = -9$ d. h. wenn man zur negativen Größe 12 noch die positive Größe 3 hinzugibt (addirt), so erhält man die negative Summe 9. Hat z. B. Jemand 12 fl. Schulden, verdient aber auf irgend eine Weise 3 fl. und verwendet diese zur Abzahlung seiner Schuld, so beläuft sich seine Schuld nur mehr auf 9 fl.

11) $(-8a) + (+5a) = -3a$, oder $-8a + 5a = -3a$, oder $5a - 8a = -3a$.

12) $(+12) + (-12) = 0$ d. h. wenn man zur positiven Größe 12 noch die negative Größe 12 hinzugibt (addirt), so erhält man zur Summe 0. Hat z. B. Jemand 12 fl. Vermögen und 12 fl. Schulden, so ist offenbar sein wirkliches Vermögen gleich Null.

13) $(+a) + (-a) = 0$; $(+5a) + (-5a) = 0$; $(+8b) + (-8b) = 0$.

Hieraus folgt der Satz: **Zwei gleiche entgegengesetzte Größen heben sich bei ihrer Verbindung auf.** ***)

14)
$$\left.\begin{array}{l} a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{array}\right\} \text{Summanden. †)}$$
$$\text{Summe} = 2a^3 \qquad + 6ab^2$$

*) Man erinnere sich, daß der Coefficient 1 nicht angeschrieben wird und es ist daher $a^3 = 1\,a^3$ und $\sqrt{2} = 1\sqrt{2}$.

) Eine Potenz mit einem gebrochenen Exponenten wird eine **Bruchpotenz genannt.

***) Ein Satz, der sowohl in der Theorie als auch in der Praxis vielfältig seine Anwendung findet, also sehr wohl zu merken ist.

†) Potenzen sind **gleichartig**, wenn sie denselben Grundfaktor und denselben Exponenten haben. Gleichartige Potenzen werden dadurch addirt, daß man ihre Coefficienten addirt.

$$\left.\begin{array}{r} 15)\ 5 + 3\sqrt{2} - 7\sqrt{3} - 12\sqrt[3]{16} \\ 8 - 4\sqrt{2} + 9\sqrt{3} - 18\sqrt[3]{16} \end{array}\right\} \text{Summanden.}^{*)}$$

$$\text{Summe} = 13 - \sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 30\sqrt[3]{16}$$

Erläuterungsbeispiele ad c)

16) $(+ 3a) + (+ 5b) = 3a + 5b$ d. h. wenn man zwei oder mehrere ungleichartige Größen addiren soll, so kann die Addition nur angedeutet werden; denn wollte z. B. Jemand 3 fl. und 5 ℔ addiren, so könnte dieß offenbar nicht ausgeführt werden.

$$\left.\begin{array}{r} 17)\ 6a^3d + 5ab^xc - g^2 \\ 2a^2d - 3ab^2c^x - g \end{array}\right\} \text{Summanden.}$$

$$\text{Summe} = 6a^3d + 2a^2d + 5ab^xc - 3ab^2c^x - g^2 - g.$$

$$\left.\begin{array}{r} 18)\ 5\sqrt{ab^3} + 3\sqrt[3]{a^2b} \\ 3\sqrt{a^3b} - 6\sqrt[3]{ab^2} \end{array}\right\} \text{Summanden.}$$

$$\text{Summe} = 5\sqrt{ab^3} + 3\sqrt{a^3b} + 3\sqrt[3]{a^2b} - 6\sqrt[3]{ab^2}.$$

II. **Subtraktion.** Regeln: a) Sollen gleichartige Größen subtrahirt werden, so verwandle man alle Zeichen des Subtrahends in die entgegengesetzten und addire den Subtrahend zum Minuend.

b) Sollen ungleichartige Größen subtrahirt werden, so verwandle man alle Zeichen des Subtrahends in die entgegengesetzten und setze die Größen mit den treffenden Zeichen hinter einander.

Erläuterungsbeispiele ad a)

19) $(+ 12) - (+ 3) = + 9$ d. h. wenn man zwischen der positiven Größe 12 und der positiven Größe 3 die Differenz (Unterschied) angibt, so erhält man positiv 9. Hat z. B. irgend einer Namens A ein Vermögen von 12 fl. und ein anderer Namens B ein Vermögen von nur 3 fl., so hat offenbar A um 9 fl. Vermögen mehr als B, oder der Unterschied ihres Vermögens beträgt 9 fl.

20) $(+ 8a) - (+ 3a) = + 5a$, oder

$$\begin{array}{r} + 8a \\ \underset{-}{+} 3a \\ \hline = + 5a \end{array}$$

21) $(+ 12) - (- 3) = + 15$ d. h. wenn man zwischen der positiven Größe 12 und der negativen Größe 3 die Differenz angibt, so erhält man positiv 15. Hat z. B. irgend einer Namens A 12 fl. Vermögen und ein anderer Namens B 3 fl. Schulden, so ist offenbar A um 15 fl. reicher als B, indem jener 12 fl. baar und die 3 fl. Schulden nicht hat, oder der Unterschied ihres Vermögens beträgt 15 fl.

---

*) Wurzelgrößen sind gleichartig, wenn dieselbe Wurzel aus gleichen Größen ausgezogen werden soll. Sollen gleichartige Wurzelgrößen addirt werden, so addire man ihre Coefficienten.

22) $(+ 8b) - (- 3b) = + 11b$, oder
$$\begin{array}{r} + 8b \\ - 3b \\ + \quad \\ \hline = + 11b \end{array}$$

23) $(- 12) - (+ 3 = - 15$ d. h. wenn man zwischen der negativen Größe 12 und der positiven Größe 3 die Differenz angibt, so erhält man negativ 15. Hat z. B. einer Namens A eine Schuld von 12 fl. und ein anderer Namens B ein Vermögen von 3 fl., so ist offenbar A um 15 fl. ärmer als B, indem jener 12 fl. Schulden und die baaren 3 fl. nicht hat, oder der Unterschied ihrer Schulden beträgt 15 fl.

24) $(- 8c) - (+ 3c) = - 11c$ oder
$$\begin{array}{r} - 8c \\ + 3c \\ - \quad \\ \hline = - 11c \end{array}$$

25) $(- 12) - (- 3) = - 9$ d. h. wenn man zwischen der negativen Größe 12 und der negativen Größe 3 die Differenz angibt, so erhält man negativ 9. Hat z. B. irgend einer Namens A eine Schuld von 12 fl. und ein anderer Namens B eine Schuld von nur 3 fl., so hat offenbar A um 9 fl. Schulden mehr als B, oder der Unterschied ihrer Schulden beträgt 9 fl.

26) $(- 8d) - (- 3d) = - 5d$, oder
$$\begin{array}{r} - 8d \\ - 3d \\ + \quad \\ \hline = - 5d \end{array}$$

27)
$$\begin{array}{lrrrrl} & 8a^3 & + 36a^2b & + 54ab^2 & + 27b^3 & \text{Minuend. *)} \\ & 8a^3 & - 36a^2b & + 54ab^2 & - 27b^3 & \text{Subtrahend.} \\ & - & + & - & + & \\ \hline \text{Differenz} = & & + 72a^2b & & + 54b^3. & \end{array}$$

28)
$$\begin{array}{lrrrl} & 5\sqrt{5} & + 2\sqrt{3} & + \sqrt[3]{2} & \text{Minuend. **)} \\ & 2\sqrt{5} & + 3\sqrt{3} & + 2\sqrt[3]{2} & \text{Subtrahend.} \\ & - & - & + & \\ \hline \text{Differenz} = & 3\sqrt{5} & - \sqrt{3} & + 3\sqrt[3]{2}. & \end{array}$$

Erläuterungsbeispiele ad b)

29) $(+ 5a) - (+ 2b) = 5a - 2b$ d. i. wenn man zwischen zwei **ungleichartigen** Größen den Unterschied angeben soll, so kann dieß nur angedeutet werden. Soll z. B. der Unterschied zwischen 2 fl. und 5 ℔. angegeben werden, so kann dieß offenbar (im arithmet. Sinne) nicht geschehen.

---

*) Sind die Potenzen gleichartig, so werden ihre Coefficienten subtrahirt.

**) Sollen gleichartige Wurzelgrößen subtrahirt werden, so subtrahire man ihre Coefficienten.

30) $(8ab) - (-3bc) = 8ab + 3bc$, oder $+ 8ab.$
$- 3bc.$
$+$
$8ab + 3bc.$

31) $5b^2c^3f + a^2c^3g^4 + xy^2$ Minuend.
$2b^3c^2f^4 - a^3c^2g^2 - x^2y$ Subtrahend.
$- \quad + \quad +$
Differenz $= 5b^2c^3f - 2b^3c^2f^4 + a^3c^2g^2 + a^2c^3g^4 + x^2y + xy^2.$

III. **Multiplication.** Regeln: a) Sollen einfache Größen mit gleichen Zeichen *) multiplicirt werden, so

α) multiplicire man die Coefficienten der Faktoren,

β) setze die Buchstaben der Faktoren im Produkte alphabetisch nebeneinander und

γ) gebe dem Produkte das positive Zeichen.

b) Sollen einfache Größen mit ungleichen Zeichen multiplicirt werden, so verfahre man ganz wie vorher, nur gebe man dem Produkte das negative Zeichen.

c) Sollen complexe Größen multiplicirt werden, so

α) multiplicire man den ganzen Multiplicand mit jedem Gliede des Multiplicators, und

β) nehme die gehörige Rücksicht auf die Zeichen.

Die Multiplicationsregel in Rücksicht auf die Zeichen kann kurz also ausgedrückt werden: Gleiche Zeichen geben plus (+), ungleiche Zeichen geben minus (—), nach dem bekannten Verse:

Signa eadem dant plus, signa diversa minus.

Die einzelnen (einfachen) Buchstaben-Größen, welche mit einander zu multipliciren oder multiplicirt worden sind, werden ohne Zeichen **) dicht neben einander geschrieben.

Erläuterungsbeispiele ad a)

32) $(+6) \times (+4) = +24$ d. h. die positive Größe 6 soll 4mal positiv gesetzt werden, oder $+6 + 6 + 6 + 6 = +24.$

33) $(+5a) \times (+3b) = +15ab$ d. h. die positive Größe 5a soll 3mal und bmal positiv gesetzt werden, oder $(+5a + 5a + 5a) \times + b = (+15a)\, b = +15ab = 15ab.$

---

*) Nämlich Vorzeichen + oder —.

**) Nämlich ohne die Multiplikationszeichen, und dieß geschieht in der Regel; denn nur ausnahmsweise oder der größeren Deutlichkeit wegen werden in der Buchstaben-Rechnung die Multiplikationszeichen (× oder .) gebraucht. So z. B. ist ist $abcx^2 = a \times b \times c \times x^2$.

34) $(-8) \times (-5) = +40$ d. h. die negative Größe 8 soll 5mal oppositiv gesetzt werden; nun aber ist -8 oppositiv gesetzt $+8$, und so 5mal gesetzt gibt also $+8+8+8+8+8 = +40$.

35) $(-4b) \times (-6d) = +24bd$ d. h. die negative Größe 4b soll 6mal und dmal oppositiv gesetzt werden; nun aber ist $-4b$ oppositiv gesetzt $+4b$, und so 6mal und dmal gesetzt gibt also $(+4b+4b+4b+4b+4b+4b) \times d = (+24b)\,d = +24bd = 24bd$.

36) $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$ *)

denn $a^2 = aa$ (α
$a^3 = aaa$ (β

also $a^2 \times a^3 = aaaaa$ (γ
$aaaaa = a^5$ (δ

folglich $a^2 \times a^3 = 5^5$ (ε

37) $5a^3 \times 3a^4 = 5.3a^{3+4} = 15a^7$

denn $5a^3 = 5.aaa$
$3a^4 = 3.aaaa$

also $5a^3 \times 3a^4 = 15.aaaaaaa$
$15.aaaaaaa = 15a^7$

folglich $5a^3 \times 3a^4 = 15a^7$

38) $5a^3 \times 3b^2 = 15a^3b^2$. **)

39) $3\sqrt{5} \times 4\sqrt{6} = 3 \times 4\sqrt{5 \times 6} = 12\sqrt{30}$. ***)

---

*) Haben die Potenzen gleiche Grundfaktoren, so werden sie dadurch multiplicirt, daß man ihre Coefficienten multiplicirt und ihre Exponenten addirt, während im Produkte nur einer von den gleichen Grundfaktoren angeschrieben wird.

α) die zweite Potenz in ihre Faktoren aufgelös't oder den allgemeinen Grundsatz Nro. 1. auf Seite 18 in Anwendung gebracht. β) Die dritte Potenz in ihre Faktoren aufgelös't oder denselben Grundsatz in Anwendung gebracht. γ) Aus den vorstehenden zwei Gleichungen (in der Logik Prämissen genannt) läßt sich der logische Schluß ziehen durch Anwendung des speciellen Grundsatzes Nro. 1. auf Seite 39. δ) Hier ist wieder der allgemeine Grundsatz Nro. 1. auf Seite 18 angewendet, um aus den zwei Gleichungen γ und δ durch Anwendung des allgemeinen Grundsatzes Nro. 3. auf Seite 18 zum Schlußsatze (zum Folglich) zu gelangen. ε) Dieser letzte Satz ist dem anfangs gegebenen Satze (Beispiele) vollkommen gleich — er ist die Schlußfolgerung (conclusio).

**) Haben die Potenzen ungleiche Grundfaktoren, so werden die Coefficienten multiplicirt und die Grundfaktoren mit ihren Exponenten im Produkte alphabetisch neben einander geschrieben.

***) Sind die Wurzelgrößen gleichnamig, d. h. sind die Wurzel-Exponenten einander gleich, so multiplicire man die Größen vor und hinter dem Wurzelzeichen.

Erläuterungsbeispiele ad b)

40) $(+6 \times (-4) = -24$ d. h. die positive Größe 6 soll 4mal oppositiv gesetzt werden; nun aber ist $+6$ oppositiv gesetzt -6, und so 4 gesetzt gibt also $-6 + (-6) + (-6) + (-6) = -24$.

41) $(+5a) \times (-3b) = -15ab$ d. h. die positive Größe 5a soll 3mal und bmal oppositiv gesetzt werden; nun aber ist $+5a$ oppositiv gesetzt $-5a$, und so 3mal und bmal gibt also $[-5a + (-5a) + (-5a)] \times b = (-15a)\,b = -15ab$.

42) $(-8) \times (+5) = -40$ d. h. die negative Größe 8 soll 5mal so gesetzt werden, wie sie ist, nämlich negativ, oder $-8 + (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -40$.

43) $(-4b) \times (+6d) = -24bd$ d. h. die negative Größe 4b soll 6mal und dmal so gesetzt werden, wie sie ist, nämlich negativ, oder $[-4b + (-4b) + (-4b) + (-4b) + (-4b) + (-4b)] \times d = (-24b)\,d = -24bd$.

Erläuterungsbeispiele ad c)

44)
$$\left.\begin{array}{l} 3a + 5b \\ 2b - 4c \end{array}\right\} \text{Faktoren.}$$
$$\left.\begin{array}{l} 6ab + 10bb \\ \qquad - 12ac - 20bc \end{array}\right\} \text{Partial-Produkte.}$$
$$6ab - 12ac + 10bb - 20bc \quad \text{Total-Produkt.}$$

Folgesätze: a) Die Summe zweier oder mehrerer Größen wird durch eine Zahl multiplicirt, wenn man jede einzelne Größe damit multiplicirt und am Ende die Produkte addirt. So z. B. $(8+3+2) \times 4 = 32 + 12 + 8 = 52$; $(a+b+c)\,x = ax + bx + cx$; $(a - b + c) \times -y = by - ay - cy$.

b) Die Differenz zweier oder mehrerer Größen wird durch eine Zahl multiplicirt, wenn man jede einzelne Größe damit multiplicirt und am Ende die Produkte subtrahirt. So z. B. $(12 - 7 - 2) \times 6 = 72 - 42 - 12 = 18$; $(a - b - c)\,x = ax - bx - cx$; $(b - c - x) \times -y = cy - by + xy$.

c) Ein Produkt wird mit einer Zahl multiplicirt, wenn man nur einen Faktor damit wirklich multiplicirt und die anderen unverändert als Faktoren beisetzt. So z. B. $24 \times 5 = (2 \times 2 \times 2 \times 3) \times 5 = 15 \times 2 \times 2 \times 2 = 120$; $(a\,.\,b\,.\,c)\,x = ax\,.\,b\,.\,c = abcx$.

Aus den Beispielen sub a) und b) lassen sich folgende wichtige Regeln abstrahiren (ableiten), nämlich:

α) Wenn man mit einer positiven Größe in eine Parenthese hinein multiplicirt, so fällt die Parenthese weg und alle Zeichen bleiben unverändert, daher ist z. B. $+ (a + b + c) = a + b + c$, weil $(a + b + c) \times + 1 = a + b + c$; $8\,(a - b + c - d) = 8a - 8b + 8c - 8d$; $3\,(a^2 - 2ab + b^2) = 3a^2 - 6ab + 3b^2$.

β) Wenn man mit einer negativen Größe in eine Parenthese hinein multiplicirt, so fällt die Parenthese weg und alle Zeichen werden in die entgegen-

gesetzte verwandelt, daher ist z. B. $-(a - b + c - d) = b - a - c + d$, weil $(a - b + c - d) \times -1 = b - a - c + d$ *); $(a + c - d - m) \times -12 = 12d - 12a - 12c + 12m$; $(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) \times -3x = 3b^3x - 3a^3x + 9a^2bx - 9ab^2x$ **).

IV. **Division.** Regeln: a) Sollen einfache Größen mit gleichen Zeichen dividirt werden, so

α) gebe man dem Quotienten das positive Zeichen, und

β) dividire den Coefficienten des Dividenden durch den Coefficienten des Divisors.

γ) Kommen im Dividend und Divisor gleiche Buchstaben vor, so heben sie sich auf, während 1 als Quotient ***) nur dann geschrieben wird, wenn nach vorgenommener Division keine andere Größe vorhanden ist.

δ) Kommen im Dividenden Buchstaben vor, welche im Divisor nicht enthalten sind, so werden sie unverändert im Quotienten angesetzt.

ε) Kommen im Dividenden und Divisor ungleiche Buchstaben vor, so kann die Division nur angedeutet †) werden.

b) Sollen einfache Größen mit ungleichen Zeichen dividirt werden, so gebe man dem Quotienten das negative Zeichen und verfahre wie vorher.

c) Sollen complexe Größen dividirt werden, so

α) dividire man mit dem ersten Gliede des Divisors in irgend ein Glied des Dividenden, wodurch man den ersten Theil des Quotienten erhält; mit diesem Quotienten multiplicire man den ganzen Divisor und subtrahire das Produkt vom Dividenden.

β) Im Reste wähle man wieder ein Glied, in welchem das erste Glied des Divisors enthalten ist, und dividire dasselbe, wodurch man den zweiten Theil des Quotienten erhält, welcher mit dem treffenden Zeichen zum ersten hinzugefügt wird; mit diesem gefundenen zweiten Theile des Quotienten multiplicire man den ganzen Divisor und subtrahire das Produkt vom Dividenden. Im Reste wähle man wieder ein Glied, in welchem das erste Glied des Divisors enthalten ist und dividire dasselbe ꝛc.

γ) dieses Verfahren setze man so lange fort, bis der Dividend ganz aufgegangen oder keine Division mehr möglich ist. Im ersten Falle ist es ein Zeichen, daß der Divisor im Dividenden genau enthalten ist; im zweiten Falle findet das Gegentheil statt, und man muß den noch vorhandenen

*) Es ist gebräuchlich, jeden Ausdruck mit einer positiven Größe anzufangen.

**) Wie schon oben erwähnt wurde, gibt es in der Buchstabenrechnung keinen Local-Werth, sondern die Buchstaben und Buchstaben-Ausdrücke können beliebig geschrieben und geordert werden, jedoch ist es gebräuchlich eine höhere Potenz voran zu setzen.

***) So z. B. $12a : 3a = 4$; $5b : 5b = 1$; $abc : abc = 1$.

†) In Form eines gemeinen Bruches. So z. B. $a : b = \frac{a}{b}$; $12a : 4b = \frac{3a}{b}$.

Rest mit dem unterschriebenen Divisor *) und dem treffenden Zeichen (+ oder —) dem Quotienten anhängen.

Die Divisions-Regel in Rücksicht auf die Zeichen kann wie bei der Multiplication kurz so ausgedrückt werden: Gleiche Zeichen geben +, ungleiche —; und zur Verfahrungsweise bei der Division kann folgender Vers als Leitspruch dienen:

Divide, multiplica, subtrahe, pone loca.

Erläuterungsbeispiele ad a)

45) $(+32):(+8)=+4$ d. h. ist das Produkt (Dividend) und der eine Faktor (Divisor) positiv, so muß auch der andere Faktor (Quotient) positiv sein; denn nur gleiche Zeichen geben im Produkte (Dividend) plus (+), oder $(+8)\times(+4)=+32$.

46) $(+8a):(+4a)=+2$; denn $(+4a)\times(+2)=+8a=8a$.

47) $(-40):(-5)=+8$ d. h. ist das Produkt (Dividend) und der eine Faktor (Divisor) negativ, so muß der andere Faktor (Quotient) positiv sein; denn nur ungleiche Zeichen geben im Produkte (Dividend) minus (—), oder $(-5)\times(+8)=-40$.

48) $(-12b):(-4)=+3b$; denn $(-4)\times(+3b)=-12b$.

49) $(+6am):(+3m)=+2a=2a$.

50) $(+16a):(+2b)=+8\frac{a}{b}=+\frac{8a}{b}=\frac{8a}{b}$ **)

51) $a^5 : a^3 = a^{5-3} = a^2$ ***)

denn $a^5 = aaaaa$ (α

$a^3 = aaa$ (β

also $\frac{a^5}{a^3} = \frac{aaaaa}{aaa}$ (γ

$\frac{aaaaa}{aaa} = aa = a^2$ (δ

folglich $\frac{a^5}{a^3} = a^2$ (ε

*) Nämlich in Form eines gemeinen Bruches.

**) Es ist $8\frac{a}{b} = 8\times\frac{a}{b}$; nun aber wird ein Bruch mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man 2c.

***) Haben die Potenzen gleiche Grundfaktoren, so werden ihre Coefficienten dividirt und ihre Exponenten subtrahirt, während im Quotienten nur einer von den gleichen Grundfaktoren angeschrieben wird.

α) die 5te Potenz in ihre Faktoren aufgelös't oder den allgemeinen Grundsatz Nro. 1. auf Seite 18 in Anwendung gebracht. β) die 3te Potenz in ihre Faktoren aufgelös't oder denselben Grundsatz in Anwendung gebracht. γ) Aus den vorstehenden zwei Gleichungen (Prämissen) läßt sich der logische Schluß ziehen durch Anwendung des speciellen Grundsatzes Nro. 1. auf Seite 53. δ) Die aufgelös'ten Potenzen wirklich dividirt, um aus den 2 Gleichen γ und δ durch Anwendung des allgemeinen Grundsatzes Nro. 3. auf Seite 18 zum Schlußsatze

52) $6a^4 : 3a^3 = \frac{6}{3} a^{4-3} = 2a$ *)

denn $6a^4 = 6 . aaaa$

$3a^3 = 3 . aaa$

also $\frac{6a^4}{3a^3} = \frac{6 . aaaa}{3 . aaa}$

$\frac{6 . aaaa}{3 . aaa} = 2 . a = 2a$

folglich $\frac{6a^4}{3a^3} = 2a$

53) $4a^5 : 2b^4 = \frac{4a^5}{2b^3} = \frac{2a^5}{b^3}$ **)

54) $6\sqrt{72} : 3\sqrt{2} = \frac{6}{3}\sqrt{\frac{72}{2}} = 2\sqrt{36}$. ***)

(zum Folglich) zu gelangen. ε) Dieser letzte Satz ist dem anfangs gegegebenen Satze (Beispiele) vollkommen gleich; denn $\frac{a^5}{a^3}$ ist nur eine andere Forme von $a^5 : a^3$. Man ist also durch Prämissen und einen Zwischenschluß zur logischen Schlußfolgerung (conclusio) gelangt — ein kurzer Beweis, wie Mathematik gehörig betrieben, angewandte Logik ist.

*) Der Exponent 1 wird nicht angeschrieben. Man schreibt demnach nicht a^1, sondern nur a; daher kann man jede Größe auch ohne Exponenten als eine Potenz mit dem Exponenten 1 annehmen.

**) Haben die Potenzen ungleiche Grundfaktoren, so werden sie in Form eines Bruches angeschrieben und die Coefficienten, wenn es angeht, dividirt (verkleinert).

***) Sind die Wurzelgrößen gleichnamig d. h. sind die Wurzel-Exponenten einander gleich, so dividire man die Größen vor und hinter dem Wurzelzeichen; sind dieselben ungleichnamig, so müssen sie gleichnamig gemacht werden, wornach man die Größen vor und hinter dem Wurzelzeichen dividirt.

Aus einer Potenz wird eine Wurzel ausgezogen, wenn man den Exponenten der Potenz durch den Wurzel-Exponenten dividirt, nämlich $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$.

So z. B. $\sqrt{a^4} = a^{\frac{4}{2}} = a^2$; denn $\sqrt{a^4} = \sqrt{a^2 a^2} = a^2$.

Jede Wurzelgröße läßt sich in eine Potenz mit einem gebrochenen Exponenten (Bruch-Potenz) verwandeln, wenn man den Exponenten der Potenz durch den Wurzel-Exponenten dividirt, nämlich $\sqrt[m]{a^1} = a^{\frac{1}{m}}$.

So z. B. $\sqrt[4]{a^2 b} = a^{\frac{2}{4}} b^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{4}}$.

Ist der Exponent der Potenz durch den Exponenten der Wurzel theilbar, so ist die Wurzel rational; ist dagegen jener durch diesen nicht theilbar, so ist sie irrational und erscheint, wenn man das Wurzelzeichen wegschafft, als Bruch-Potenz.

Jede Potenz mit einem gebrochenen Exponenten läßt sich in eine Wurzelgröße verwandeln, wenn man den Nenner des Bruch-Exponenten zum Wurzel-

Erläuterungsbeispiele ad b)

55) $(+32) : (-8) = -4$ d. h. ist das Produkt (Dividend) positiv und der eine Faktor (Divisor) negativ, so muß auch der andere Faktor (Quotient) negativ sein; denn nur gleiche Zeichen geben im Produkte (Dividend) plus (+), oder $(-8) \times (-4) = +32$.

56) $(+48c) : (-12c) = -4$; denn $(-12c) \times (-4) = +48c = 48c$.

57) $(-40) : (+5) = -8$ d. h. ist das Produkt (Dividend) negativ und der eine Faktor (Divisor) positiv, so muß nothwendig der andere Faktor (Quotient) negativ sein; denn nur ungleiche Zeichen geben im Produkte (Dividend) minus (—), oder $(+5) \times (-8) = -40$.

58) $(-36x) : (+9) = -4x$; denn $(+9) \times (-4x) = -36x$.

59) $(-24ab) : (+8b) = -3a$; denn $(+8b) \times (-3a) = -24ab$.

60) $-m : +n = -\frac{m}{n}$; denn $(+n) \times \left(-\frac{m}{n}\right) = -\frac{mn}{n}$

Erläuterungsbeispiele ad c)

61)

Divisor	Dividend	Quotient
$3ab + 2cd$	$15abmn + 10cdmn - 3abx - 2cdx$	$5mn - x$
	$15abmn + 10cdmn$	
	$-\quad -$	
	$-3abx - 2cdx$	
	$-3abx - 2cdx$	
	$+\quad +$	
	0	

Exponenten und den Zähler zum Exponenten der Potenz macht, nämlich $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

So z. B. $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$.

Eine Wurzelgröße bleibt ihrem Werthe nach unverändert, wenn man sowohl den Wurzel-Exponenten als auch den Exponenten der Potenz mit der nämlichen Zahl multiplicirt, nämlich $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[mx]{a^{nx}}$.

So z. B. $\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3\cdot 2]{a^{2\cdot 2}} = \sqrt[6]{a^4}$.

Dieser letzte Satz gibt uns ein Mittel an die Hand, gegebene Wurzelgrößen gleichnamig zu machen. So z. B. $\sqrt{a}$ und $\sqrt[3]{a}$ sollen gleichnamig gemacht werden:

Es ist $\sqrt{a} = \sqrt[3\cdot 2]{a^3} = \sqrt[6]{a^3}$ und

eben so ist $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3\cdot 2]{a^2} = \sqrt[6]{a^2}$.

62)

Divisor	Dividend	Quotient
$3a + x$	$6aa - ax + ab - xx$	$2a - x + \frac{ab}{3a + x}$
	$6aa + 2ax$	
	$-\quad -$	
	$-3ax + ab - xx$	
	$-3ax \qquad - xx$	
	$+ \qquad\qquad +$	
	$+ ab$ (Rest)	

Folgesätze: a) Null ist durch jede Zahl theilbar. So z. B. $0 : 3 = 0$; $0 : a = 0$.

* Dividiren heißt auch untersuchen, wie oft eine Zahl (Divisor) in einer anderen (Dividend) enthalten ist. Die Division ist eine abgekürzte Subtraktion, indem man durch wiederholtes Abziehen des Divisors vom Dividenden ebenfalls den Quotienten erhält. Soll daher Null durch irgend eine Zahl dividirt werden, so heißt dieß nichts anderes, als es soll diese Zahl so oft von Null abgezogen werden, als es angeht; nun aber kann jede Zahl von Null gar nicht d. i. Null-mal abgezogen werden, also ist der Quotient jedesmal Null, folglich ist Null durch jede Zahl theilbar.

b) Jede Größe ist durch 1 theilbar. So z. B. $17 : 1 = 17$; $a : 1 = a$.

* Man sagt auch: Eins(1) dividirt nicht, weil der Quotient dem Dividenden gleich bleibt.

c) Jede Größe ist durch sich selbst theilbar. So z. B. $19 : 19 = 1$; $b : b = 1$.

d) Jede Größe läßt sich in zwei Faktoren auflösen, wovon der eine Faktor 1 und der andere die unveränderte Größe selbst ist. So z. B. $13 = 1 \times 13 = 13 \times 1$; $a = 1 \times a = a \times 1$.

* Eine Größe in Faktoren auflösen heißt die Faktoren sichtbar machen, aus welchen dieselbe entstanden ist. Sind nun die sichtbaren Faktoren so beschaffen, daß sie nur mehr durch 1 oder durch sich selbst theilbar sind, so heißen sie Primfaktoren, so wie jede Zahl, die nur durch 1 oder durch sich selbst theilbar ist, eine Primzahl genannt wird, wogegen eine Zahl, welche durch eine oder mehrere andere Zahlen theilbar ist, eine zusammengesetzte Zahl heißt. Es ist wohl zu unterscheiden zwischen einer zusammengesetzten Zahl und einer zusammengesetzten (complexen) Größe. So z. B. 24 eine zusammengesetzte Zahl, weil sie außer 1 und sich selbst theilbar ist; hingegen ist $a + b$ eine zusammengesetzte Größe.

e) Ein Produkt wird durch eine Zahl dividirt, wenn man nur einen Faktor damit wirklich dividirt und die anderen dem Quotienten unverändert als Faktoren beisetzt. So z. B. $48 : 4 = (2 . 6 . 4) : 4 = 2 . 6 . 1 = 2 . 6 = 12$; $abc : a = 1\,bc = bc$.

f) Kommt bei einer complexen Größe in allen Gliedern die nämliche Größe als Faktor vor, so läßt sich dieselbe jedesmal in zwei Faktoren auflösen, wovon der eine diese Größe selbst und der andere jener Quotient ist, den man erhält, wenn man die complexe Größe mit der in allen Gliedern als Faktor vorkommenden Größe dividirt. So z. B. ist $ax + bx + cx = (a + b + c)\,x$.

* Hinsichtlich des Motto: Uebung macht den Meister — kann zur Einübung der vier Grundrechnungsarten mit Buchstaben empfohlen werden: 1) Sammlung arithmetischer und algebraischer Aufgaben von Dr. Fr. X. Pollak, erste Abtheilung, Augsb. 1845 bei Matth. Rieger. Preis 1 fl. 12 kr. 2) Sammlung von Beispielen, Formeln und Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra von Meier Hirsch. 4te Ausgabe, Berlin 1832 bei Duncker und Humblot. Preis 2 fl. 24 kr.

Lehre von den Gleichungen. (Algebra.) Gleichung ist ein doppelter Ausdruck für eine und dieselbe Größe.

Oder: Die Verbindung zweier gleicher Größen durch das Gleichheitszeichen ist eine Gleichung.

So z. B. $7 + (6 \cdot 3) = 37 - \frac{48}{4}$; $a : b = \frac{a}{b}$

Die beiden Ausdrücke einer und derselben Größe heißt man die Seiten der Gleichung. So z. B. ist $7 + (6 \cdot 3)$ die eine Seite und $37 - \frac{48}{4}$ ist die andere Seite.

* Jede Gleichung hat zwei und nur zwei Seiten.

Die durch plus (+) und minus (—) verbundenen Größen werden die Glieder der Gleichung genannt.

In jeder algebraischen Gleichung ist die unbekannte Größe (x) die Hauptgröße. Die Auflösung einer solchen Gleichung besteht darin, daß man aus ihr den bestimmten Werth der unbekannten Größe (x) herleitet, daß man nämlich die Gleichung so verwandle, bis auf der einen Seite x von allen Zahlen und Buchstaben befreit ist, während auf der anderen Seite die übrigen Glieder zu stehen kommen.

Da es nicht in der Absicht des Verfassers liegt, hier eine ausführliche Abhandlung über die Lehre von den Gleichungen einzuschalten, sondern von dieser Lehre nur so viel aufzunehmen, als zum Verstehen der vorkommenden Formeln erforderlich ist, und da dieser Zweck wohl am sichersten durch Auflösung einiger Beispiele erreicht werden kann, so folgen

a) Theoretische Beispiele.

63)
$$\begin{array}{r} x + a = b \\ a = a \;(\alpha \\ \underline{-\quad\;\; -} \\ x = b - a \;(\beta \end{array}$$

64)
$$\begin{array}{r} x + 9 = 16 \\ 9 = 9 \\ \underline{-\quad\;\; -} \\ x = 16 - 9 = 7. \end{array}$$

α) Zuerst wird der allgemeine Grundsatz in Anwendung gebracht: Jede Größe ist sich selbst gleich (siehe Seite 18); hernach kommt der specielle Grundsatz in Anwendung: Gleiches von Gleichem subtrahirt gibt Gleiches (siehe Seite 32.)

β) Diesen Ausdruck erhält man, wenn man wirklich und algebraisch subtrahirt, d. h. wenn man die Zeichen des Subtrahenden in die entgegensetzten verwandelt und addirt, wobei der algebraische Satz in Anwendung kommt: Gleiche entgegengesetzte Größen heben sich bei ihrer Verbindung auf.

65) $x - b = c$
$b = b$ (γ
$+ \quad +$
$x = c + b = b + c.$

66) $x - 20 = 60$
$20 = 20$
$+ \quad +$
$x = 60 + 20 = 80.$

67) $ax + b = c$
$b = b$
$- \quad -$
$ax = c - b$
$a = a$ (δ
$: \quad :$
$x = \frac{c-b}{a}$

68) $2x + 5 = 17$
$5 = 5$
$- \quad -$
$2x = 17 - 5$
$2 = 2$
$: \quad :$
$x = \frac{17-5}{2} = \frac{12}{2} = 6.$

69) $\frac{x-a}{m} = b$
$m = m$
$\times \quad \times$
$\frac{m(x-a)}{m} = bm$
$x - a = bm$ ε)
$a = a$
$+ \quad +$
$x = bm + a = a + bm$

70) $\frac{x-8}{4} = 7$
$4 = 4$
$\times \quad \times$
$\frac{4(x-8)}{4} = 7 \times 4$
$x - 8 = 28$
$8 = 8$
$+ \quad +$
$x = 28 + 8 = 36.$

Aus den bisherigen (8) Beispielen lassen sich folgende **allgemeine** Regeln ableiten:

1) Die unbekannte Größe (x), deren Werth gefunden werden soll, muß allein auf die eine Seite mit dem Zeichen plus (+) gebracht werden, während alle übrigen Größen auf die andere Seite des Gleichheitszeichens geschafft werden müssen.
2) Jedes Glied einer Gleichung kann nach veränderten Zeichen auf die andere Seite des Gleichheits-Zeichens transponirt (hinübergesetzt) werden.
3) Jeder Coefficient kann von einem Gliede einer Gleichung weggeschafft werden, wenn man alle übrigen Glieder mit demselben dividirt.
4) Jeder Nenner oder Divisor kann von einem Gliede einer Gleichung weggeschafft werden, wenn man alle übrigen Glieder mit demselben multiplicirt.

γ) Anwendung erstens des gemeinen Grundsatzes (Nro. 1 auf Seite 18), dann des speciellen Grundsatzes Nro. 2 auf derselben Seite.

δ) Anwendung erstens des nämlichen allgemeinen Grundsatzes (Nro. 1 auf Seite 18), dann des speciellen Grundsatzes Nro. 1 auf Seite 53.

ε) Der vorstehende Bruch auf der ersten (linken) Seite ist mit m dividirt oder verkleinert worden.

* Jede Größe, welche durch irgend eine Rechnungsart mit einer anderen verbunden ist, kann von dieser weggeschafft werden, wenn man mit ihr die entgegengesetzte Rechnungsart vornimmt. So z. B. $x + c = b$, also $x = b - c$ d. h. man kann das c ohne Weiteres mit minus (—) auf die andere Seite setzen. Eben so $x - b = a$, also $x = a + b$, ferner $ax = b$; also $x = \frac{b}{a}$; endlich $\frac{x}{a} = b$, also $x = ab$.

71) $$ax - b = x + c$$
$$ax - x = c + b$$
$$x(a - 1) = b + c$$
$$x = \frac{b + c}{a - 1}$$

72) $$6x - 8 = x + 52$$
$$6x - x = 52 + 8$$
$$5x = 60$$
$$x = \frac{60}{5} = 12$$

73) $$\frac{ax}{b} - c = d$$
$$ax - bc = bd$$
$$ax = bd + bc$$
$$x = \frac{bc + bd}{a}$$
$$x = \frac{b(c+d)}{a} = \frac{b}{a}(c + d)$$

74) $$\frac{3x}{4} + \frac{1}{2} = 5$$
$$3x + \frac{4}{2} = 20$$
$$3x + 2 = 20$$
$$3x = 20 - 2$$
$$x = \frac{18}{3} = 6$$

75) $$x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 44 \quad (\alpha$$
$$2x + x + \frac{2x}{3} = 88$$
$$6x + 3x + 2x = 264$$
$$11x = 264$$
$$x = \frac{264}{11} = 24$$

76) $$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 1200$$
$$6x + 3x + 2x + x = 7200$$
$$12x = 7200$$
$$x = \frac{7200}{12} = 600$$

77) $$30x + 20(60 - x) = 1440$$
$$30x + 1200 - 20x = 1440$$
$$30x - 20x = 1440 - 1200$$
$$10x = 240$$
$$x = \frac{240}{10} = 24$$

78) $$3(x + 15) = 6x + 15$$
$$3x + 45 = 6x + 15$$
$$3x - 6x = 15 - 45 \quad (\beta$$
$$- \quad + \quad - \quad +$$
$$6x - 3x = 45 - 15$$
$$3x = 30$$
$$x = \frac{30}{3} = 10$$

α) Statt $\frac{1}{2}x$ kann man kürzer schreiben $\frac{x}{2}$, ebenso ist $\frac{1}{3}x = \frac{x}{3}$.

β) Bei einer jeden Gleichung kann man die Zeichen aller Glieder in die entgegengesetzten verwandeln. Dieß beruht auf der Anwendung des allgemeinen Grundsatzes: Gleiches auf gleiche Weise verändert, gibt Gleiches, dann des speciellen Grundsatzes: Gleiches mit Gleichem multiplicirt, gibt Gleiches; endlich auf der wirklichen Anwendung des letzteren, indem man jedes Glied der Gleichung mit — 1 multiplicirt.

$$79)\quad \frac{3x-1}{4} + \frac{5x+3}{6} - x = \frac{x+1}{2} + 1$$

$$3x - 1 + \frac{20x+12}{6} - 4x = \frac{4x+4}{2} + 4$$

$$18x - 6 + 20x + 12 - 24x = 12x + 12 + 24 \quad (\gamma$$

$$18x + 20x - 24x - 12x = 24 + 6$$

$$38x - 36x = 30$$

$$2x = 30$$

$$x = \frac{30}{2} = 15$$

$$80)\quad \frac{5x+3}{4} - \frac{7-x}{3} + \frac{x+4}{5} = x$$

$$5x + 3 - \tfrac{4}{3}(7-x) + \tfrac{4}{5}(x+4) = 4x \quad (\delta$$

$$15x + 9 - 4(7-x) + \tfrac{12}{5}(x+4) = 12x$$

$$75x + 45 - 20(7-x) + 12(x+4) = 60x$$

$$75x + 45 - 140 + 20x + 12x + 48 = 60x$$

$$75x + 20x + 12x - 60x = 140 - 45 - 48$$

$$47x = 47$$

$$x = \frac{47}{47} = 1$$

b) Praktische Beispiele.

81) Welche Zahl ist um 9 kleiner als 44?
Als Antwort der Ansatz: $x + 9 = 44$, woraus $x = 35$.

82) Welche Zahl ist um 3 größer als 27?
Als Antwort der Ansatz: $x - 3 = 27$, woraus $x = 30$.

83) Von welcher Zahl ist das 5fache Produkt um 7 kleiner als 32?
Als Antwort der Ansatz: $5x + 7 = 32$, woraus $x = 5$.

84) Der 4te Theil einer um 7 verkleinerten Zahl beträgt 3; wie groß ist diese Zahl?

Als Antwort der Ansatz: $\frac{x-7}{4} = 3$, woraus $x = 19$.

85) Es kauft Jemand 11 Ellen Zeug und erhält, indem er dieselben bezahlen will, auf 10 (preußische) Thaler einen Thaler mehr heraus, als 7 Ellen kosten; wie viel Thaler kostet 1 Elle? *)

Als Antwort der Ansatz: $10 - 11x = 7x + 1$, woraus $x = \frac{1}{2}$ Thlr.

γ) Kommen auf beiden Seiten der Gleichung dieselben Größen mit den nämlichen Zeichen (hier + 12) vor, so kann man sie ohne Weiteres wegstreichen; denn setzt man eine davon auf die andere Seite, so hat man zwei gleiche entgegengesetzte Größen, die sich bei ihrer Verbindung aufheben.

δ) Die Größe $\frac{7-x}{3} = \frac{1}{3}(7-x)$ und $\frac{x+4}{5} = \frac{1}{5}(x+4)$.

*) Dieses Beispiel ist die 81zigste Aufgabe aus Dr. Ephraim Salomon Unger's arithmetischen Unterhaltungen, Erfurt 1838, bei Keyser.

86) Es beträgt $^3/_8$ der Besatzung einer Stadt eben so viel weniger als 190 Mann, so viel $^2/_5$ dieser Besatzung weniger als 200 Mann beträgt; Wie stark ist dieselbe? *)

Als Antwort der Ansatz: $190 - \frac{3x}{8} = 200 - \frac{2x}{5}$, woraus $x = 400$ Mann.

87) Ein Schafhirt wird gefragt, wie viel Schaafe er habe; er antwortete: Wenn ich noch so viel, halb so viel, ein Drittel so viel, ein Viertel so viel und noch 3 dazu hätte, so hätte ich 373 Stücke; wie viel Schafe hat derselbe gehabt? **)

Als Antwort der Ansatz: $2x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 3 = 373$, woraus $x = 120$ Schafe.

88) Die Garnison einer gewissen Stadt besteht aus 1250 Mann, theils Infanterie, theils Cavallerie. Jeder Cavallerist bekommt monatlich 5, und jeder Infanterist 3 Thaler. Wenn nun der monatliche Sold der Garnison 4150 Thaler beträgt, so entsteht die Frage: wie viel Cavalleristen und wie viel Infanteristen sind darunter? ***)

Als Antwort der Ansatz: $5x + (1250 - x)\,3 = 4150$, woraus $x = 200$ Cavalleristen und also 1050 Infanteristen.

89) A wurde gefragt, wie alt er sei. Er antwortete: Meine Frau und ich haben zusammen 58 Jahre, und vor 26 Jahren war ich noch einmal so alt als meine Frau; wie alt waren beide? †)

Als Antwort der Ansatz: $x - 26 = 2\,[(58 - 26) - x]$, woraus $x = 30$ Jahre als Alter des Mannes, also das Alter der Frau $= 28$ Jahre.

90) Ein Knabe fragte seinen Vater, wie alt er sei; der Vater sagte: wenn du dein Alter mit 20 multiplicirst, das Produkt durch 4 dividirst, und vom Quotienten 5 abziehst, so weißt du, wie alt ich bin; wie alt war der Vater und der Sohn, wenn der Vater 27 Jahre älter war als der Sohn? ††)

Als Antwort der Ansatz: $\frac{20x}{4} - 5 = x + 27$, woraus $x = 8$ als Alter des Sohnes, und also das Alter des Vaters $= 35$ Jahre.

---

*) Dieses Beispiel ist die 95zigste Aufgabe aus denselben Unterhaltungen.

**) Dieses Beispiel ist entnommen aus Dr. Johann von Gott Bundschue's Lehrbuch der Arithmetik (3r Thl.), Kempten 1828 bei Tobias Dannheimer. Preis 1 fl. Dieses Werk enthält im Anhange 120 unaufgelös'te Beispiele einfacher Gleichungen.

***) Dieses Beispiel ist das 46ste aus Meier Hirsch's Sammlung von Beispielen 2c. Die in Meier Hirsch's Sammlung von Beispielen 2c. enthaltenen Gleichungen sind aufgelös't von S. Sachs und von Dr. J. P. Gruson.

†) Dieses Beispiel ist das 34ste aus der Sammlung von Formeln, Aufgaben und Beispielen aus der Arithmetik und Algebra von Joseph Salomon, Wien 1834 bei Carl Gerold. Preis 2 fl. 24 kr.

††) Diese Aufgabe ist entnommen aus Friedrich Wilhelm Streit's Lehrbuch der reinen Mathematik (2ter Theil), Weimar 1823. Preis 1 fl. 21 kr.

Anhang.

A) Ausziehung der Quadrat-Wurzeln.

§. 16.

a) Quadrat-Wurzeln aus ganzen Zahlen, welche reine oder vollkommene Quadrate sind.

Quadrat ist ein reguläres Viereck, d. h. ein Viereck, bei welchem alle vier Seiten einander gleich und alle vier Winkel rechte sind. Der Flächeninhalt eines Quadrates wird gefunden, wenn man eine Seite mißt und dieses Maß (in Zahlen ausgedrückt) mit sich selbst multiplicirt. Eine jede Zahl mit sich selbst multiplicirt gibt eine Quadratzahl (Geviertzahl). *)

Soll aus dem Flächeninhalte eines Quadrates eine Seite gesucht werden, so muß die Zahl, welche den Flächeninhalt ausdrückt, in zwei gleiche Faktoren zerlegt werden und einer davon ist das Maß einer Seite.

Eine jede Zahl, die aus zwei gleichen Faktoren entstanden ist, heißt Quadratzahl oder auch bloß Quadrat, *) und jeder einzelne Faktor der Quadrat-Zahl wird Quadrat-Wurzel genannt.

Soll eine Zahl zum Quadrate erhoben werden, so wird sie einmal **) mit sich selbst multiplicirt; soll umgekehrt aus einer Zahl die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so wird sie in zwei gleiche Faktoren zerlegt und einer davon ist die Quadrat-Wurzel.

Den Anfangsbuchstaben des lateinischen Wortes radix (Wurzel) etwas verzogen gibt das Wurzelzeichen $\sqrt{}$, und drückt aus, daß aus jener Zahl, vor welcher es Links hingeschrieben ist, die Quadratwurzel ausgezogen werden soll. So z. B. $\sqrt{16}$ d. h. die Quadrat-Wurzel aus 16.

*) Siehe Seite 26, 45 und 94.

**) Oder zweimal als Faktor gesetzt.

Das Quadriren ist ein reines Multipliciren, aber das Quadrat-Wurzelausziehen ist nicht eine bloße Division, weil nicht nur der Quotient, sondern auch der Divisor unbekannt ist. Daher sind für das Ausziehen der Quadrat-Wurzeln eigene Regeln erforderlich. Vor Allem merke man sich die Quadrate der Zahlen von 1 bis 9. Diese und ihre Wurzeln enthält folgende

Wurzeltafel.

Die natürlichen Zahlen (als Wurzeln)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Die Quadrate der natürlichen Zahlen	1	4	9	16	25	36	49	64	81

Hieraus geht sogleich hervor, daß eine Zahl, deren letzte Ziffer 2, 3, 7 oder 8 ist, nie eine reine oder vollkommene Quadratzahl sein kann.

Um aus einer Zahl die Quadrat-Wurzel ausziehen zu können, muß man sich die Quadratzahl aus einer Summe entstanden denken. Wie man eine Summe zum Quadrate erhebe, ersieht man am besten an allgemeinen Zahlen d. i. an Buchstaben, nämlich:

$$
\begin{array}{rl}
a + b & \\
a + b & \\
\hline
aa + ab & \\
+ ab + bb & \\
\hline
\text{also } a^2 + 2ab + b^2 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
\text{oder } 3 + 4 \text{ *)} & \\
3 + 4 & \\
\hline
3 . 3 + 3 . 4 & \\
+ 3 . 4 + 4 . 4 & \\
\hline
\text{also } 3^2 + 2(3.4) + 4^2 &
\end{array}
$$

Es ist also $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Dieser Buchstabenausdruck enthält das Quadrirungsgesetz, **) welches in Worten also lautet:

Das Quadrat einer jeden zweitheiligen ***) Größe besteht aus dem Quadrate des ersten Theiles, aus dem dop-

*) Jede ganze Zahl kann als eine Summe angesehen werden, d. h. jede ganze Zahl läßt sich in zwei beliebige Summanden zerlegen. So z. B. ist $7 = 3 + 4$; $7^2 = 49$ und $(3 + 4)^2 = 3^2 + 2\,(3 . 4) + 4^2 = 9 + 24 + 16 = 49$.

**) In algebraischer Sprache; algebraisch heißt man alles, was auf Algebra (Buchstabenrechnung) Bezug hat.

***) Oder zweigliedrigen Größe; denn in der Buchstabenrechnung heißen diejenigen Größen, welche durch die Zeichen plus (+) oder minus (—) verbunden sind, complexe oder zusammengesetzte Größen; und die Theile, welche durch plus (+) oder minus (—) verbunden sind, werden Glieder genannt.

pelten Produkte des ersten Theiles in dem zweiten und aus dem Quadrate des zweiten Theiles.

Nun aber kann jede ganze Zahl als eine Summe angesehen werden, daher folgende Regeln:

a) Ist aus einer ganzen und rationalen *) Zahl die Quadrat-Wurzel auszuziehen, so theile man dieselbe von der Rechten zur Linken in Klassen **) ein und gebe jeder Klasse zwei Ziffern mit Ausnahme der letzten Klasse links, für welche nur eine Ziffer übrig bleibt, wenn die gegebene Zahl eine ungerade Anzahl Zifferstellen enthält.

b) Die höchste Zifferstelle der Wurzel oder das erste Wurzelglied muß in der ersten Klasse links ganz enthalten sein, daher muß man aus dieser die Quadratwurzel mittelst vorstehender Tafel ausziehen; ist aber nach dieser die erste Klasse kein vollkommenes Quadrat, so nehme man die Wurzel des nächst kleineren Quadrates und setze die auf diese oder jene Weise gefundene erste (höchste) Ziffer der Wurzel oder das erste Wurzelglied hinter das Gleichheitszeichen.

c) Das gefundene erste Wurzelglied erhebe man zum Quadrate und ziehe dieses von der ersten Klasse ab.

d) Zum gebliebenen Reste, der auch Null sein kann, setze man die nächste (zweite) Klasse herunter, nehme das erste Wurzelglied doppelt und setze es so als Divisor unter den Rest und die heruntergesetzte Klasse, daß die letzte Ziffer desselben unter die erste Ziffer der heruntergesetzten Klasse zu stehen kommt.

e) Nun dividire man wie bei ganzen Zahlen, setze den gefundenen Quotienten als zweites Glied der Wurzel sowohl rechts neben das erste Wurzelglied, als auch rechts neben den Divisor hin.

f) Den Divisor und das beigesetzte Glied der Wurzel multiplicire man mit dem gefundenen Quotienten und subtrahire das Produkt von dem vorigen Reste und der beigesetzten Klasse.

g) Zum Reste, wenn einer bleibt, setze man die nächste (dritte) Klasse herunter, nehme die beiden Wurzelglieder doppelt und verfahre auf die angegebene Weise.

---

*) Eine Zahl heißt rational, wenn sich die Wurzel **genau** ausziehen läßt, dagegen heißt eine Zahl irrational, wenn sich die Wurzel **nicht** genau ausziehen läßt.

**) Was gewöhnlich durch Senkstriche geschieht, die wir Theilstriche nennen wollen.

h) Hat die gegebene Zahl mehr als drei Klassen, so setze man zum Reste die nächste (vierte) Klasse herunter, nehme die drei ersten Wurzelglieder doppelt und verfahre wie vorher.

i) Kann man einmal mit dem Doppelten der Wurzelglieder nicht dividiren, so ist Null das gesuchte Wurzelglied. Man setze die nächste Klasse herunter, nehme die jetzigen Wurzelglieder doppelt und verfahre wie zuvor.

Anmerk. Die Quadrate von einstelligen Zahlen haben 1 oder 2 Stellen, von zweistelligen Zahlen 3 oder 4 Stellen, von dreistelligen Zahlen 5 oder 6 Stellen, von vierstelligen Zahlen 7 oder 8 Stellen, von fünfstelligen Zahlen 9 oder 10 Stellen rc. So z. B.

$$2^2 = 4,\quad 10^2 = 100,\quad 100^2 = 10000,\quad 1000^2 = 1000000.$$
$$9^2 = 81,\ 99^2 = 9801,\ 999^2 = 998001,\ 9999^2 = 99980001 \text{ rc.}$$

Theilt man daher eine gegebene Zahl, aus welcher die Quadratwurzel ausgezogen werden soll, von der Rechten zur Linken durch Theilstriche in Klassen und gibt jeder Klasse, so lange es angeht, zwei Stellen, so besteht die Wurzel dieser Zahl aus so viel Zifferstellen, als Klassen vorhanden sind.

Erläuterungsbeispiele.

I) Soll aus 21381376 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man nach vorstehenden Regeln also:

$$
\begin{array}{rcl}
\sqrt{\ } & 21|38|13|76 & = 4624 \\
a^2 = & 16 & \\
 & 538 & \\
2a + b = & (:86) & \\
2ab + b^2 = & 516 & \\
 & 2213 & \\
2a + b = & (:922) & \\
2ab + b^2 = & 1844 & \\
 & 36976 & \\
2a + b = & (:9244) & \\
2ab + b^2 = & 36976 & \\
\text{Rest} = & 0 &
\end{array}
$$

ab . .
ab . a b

Anmerk. 1. Bei der Ausziehung der Quadratwurzel ist es stets rathsam, den Quotienten anfangs lieber zu groß als zu klein anzunehmen, weil man nach geschehener Subtraktion nicht sogleich, wie bei der gewöhnlichen Division, entscheiden kann, ob der Quotient nicht zu klein angenommen worden sei; wohl aber kann sogleich entschieden werden, wann der Quotient zu groß angenommen worden ist, indem in diesem Falle nicht subtrahirt werden kann.

Anmerk. 2. Man kann bei der Ausziehung der Quadrat-Wurzel aus Zahlen *) auch auf folgende Weise verfahren:

$$\begin{array}{rl}
 & \sqrt{21|38|13|76} = 4624 \\
 & \qquad\qquad\qquad\quad \dot{}\ \dot{}\ \dot{}\ \dot{} \\
a^2 = & 16 \qquad\qquad\quad \underbrace{ab}\,.\,. \\
 & 538 \\
2a = & (:8) \qquad\qquad\quad \underbrace{a\ b}\,. \\
2ab = & 48 \\
 & 58 \qquad\qquad\qquad a\ \ b \\
b^2 = & 36 \\
 & 2213 \\
2a = & (:92) \\
2ab = & 184 \\
 & 373 \\
b^2 = & 4 \\
 & 36976 \\
2a = & (:924) \\
2ab = & 3696 \\
 & 16 \\
b^2 = & 16 \\
\text{Rest} = & 0
\end{array}$$

Oder: $\sqrt{21|38|13|76} = \underset{a}{4000} + \underset{b}{600} + \underset{c}{20} + \underset{d}{4}$

$$\begin{array}{rl}
a^2 = & 16\ 00\ 00\ 00 \\
 & 5\ 38\ 13\ 76 \\
2a = & (:\ 80\ 00) \\
2ab = & 4\ 80\ 00\ 00 \\
 & 58\ 13\ 76 \\
b^2 = & 36\ 00\ 00 \\
 & 22\ 13\ 76 \\
2(a+b) = & (:9\ 20\ 0) \\
2(a+b)c = & 18\ 40\ 00 \\
 & 3\ 73\ 76 \\
c^2 = & 4\ 00 \\
 & 3\ 69\ 76 \\
2(a+b+c) = & (:\ 92\ 40) \\
2(a+b+c)d = & 3\ 69\ 60 \\
 & 16 \\
d^2 = & 16 \\
\text{Rest} = & 0
\end{array}$$

*) Im Gegensatz von Buchstabengrößen.

Zur Probe kann man die Wurzel mit sich selbst multipliciren, oder man kann sie nach den einzelnen Theilen des Quadrirungsgesetzes zum Quadrate erheben, wobei alle Produkte und Quadrate addirt werden müssen, wie sie bei Ausziehung der Wurzel subtrahirt worden sind.

So z. B. $4624^2 = (4000 + 600 + 20 + 4)^2$

Nun aber ist $4000 \times 4000 = 16000000 = a^2$

$2 \times 4000 \times 600 = 4800000 = 2ab$

$600 \times 600 = 360000 = b^2$

$2 \times (4000 + 600) \times 20 = 184000 = 2(a + b)c$

$20 \times 20 = 400 = c^2$

$2 \times (4000 + 600 + 20) \times 4 = 36960 = 2(a + b + c)d$

$4 \times 4 = 16 = d^2$

Also $4624^2 = 21381376 = (a + b + c + d)^2$

Hieraus ergibt sich klar, daß man, um zur Wurzel zu gelangen, genau denselben Weg rückwärts durch Subtraktion einschlagen muß, welchen man vorwärts durch Addition zu machen hat, um das Quadrat hervorzubringen.

II) Soll aus 269129504297889 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man nach obiger Regel also:

$\sqrt{2|69|12|95|04|29|78|89} = 16405167$

$a^2 = 1$

169

$2a + b = (:26)$

$2ab + b^2 = 156$

1312

$2a + b = (:324)$

$2ab + b^2 = 1296$

1695

$2a + b = (:328)$

169504

$2a + b = (:32805)$

$2ab + b^2 = 164025$

547929

$\left.\begin{matrix}2a + b\\ 2ab + b^2\end{matrix}\right\} = (:328101)$

21982878

$2a + b = (:3281026)$

$2ab + b^2 = 19686156$

229672289

$2a + b = (:32810327)$

$2ab + b^2 = 229672289$

Rest = 0

(Rechts: Stellenschema ab . . . . . . / a b . . . . . / a b . . . . / a b . . . / a b . . / a b . / a b)

Uebungsbeispiele.

230) $\sqrt{956484} = 978$. 231) $\sqrt{57198969} = 7563$.
232) $\sqrt{1679616} = 1296$. 233) $\sqrt{148035889} = 12167$.
234) $\sqrt{25836889} = 5083$. 235) $\sqrt{2565726409} = 50653$.
236) $\sqrt{1607448649} = 40093$. 237) $\sqrt{90458382169} = 300763$.
238) $\sqrt{9242244491236} = 3040106$.
339) $\sqrt{970422618682449} = 31151607$.

§. 17.

b) Quadrat-Wurzeln aus ganzen Zahlen, welche **keine reine** Quadrate sind.

Die Regeln sind, bis man alle Klassen heruntergesetzt hat, ganz dieselben wie im vorigen §.; bleibt zuletzt ein Rest, was bei allen unreinen oder unvollkommenen Quadratzahlen der Fall ist, so verfahre man weiter also:

a) Man hänge dem letzten Reste eine Klasse d. i. zwei Nullen an und verfahre auf die bisherige Weise.

b) Dem jetzigen Reste hänge man wieder zwei Nullen an und setze das Verfahren, indem immerhin ein Rest bleibt, so lange fort, als es die Genauigkeit der Aufgabe erfordert.

c) So viele Paar Nullen den Resten angehängt worden sind, eben so viele Decimal-Stellen schneide man in der Wurzel von der Rechten zur Linken ab, oder man mache schon bei Ausziehung der Wurzel, wenn ein Rest bleibt und keine Klasse mehr herunterzusetzen ist, nach dem letzten Wurzelgliede ein Komma und verfahre auf die angegebene Weise.

Anmerkung. Weiß man schon im Voraus, daß die gegebene Zahl kein reines oder kein vollkommenes Quadrat ist, so kann man derselben so viele Paar Nullen anhängen, als die Wurzel Decimal-Stellen erhalten soll, wodurch die gegebene Zahl mit 100, 10000, 1000000 ꝛc. multiplicirt wird, weßhalb die Wurzel mit 10, 100, 1000 ꝛc. dividirt werden muß, oder man muß in der Wurzel von der Rechten zur Linken 1, 2, 3 ꝛc. Decimal-Stellen abschneiden.

Erläuterungsbeispiele.

1) Soll aus 73859 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$$\sqrt{7|38|59} = 271,77\ldots$$

$a^2 = 4$

$\overline{3}\,38$

$2a + b = (:47)$

$2ab + b^2 = 3\,29$

959

$\left.\begin{matrix}2a + b \\ 2ab + b^2\end{matrix}\right\} = (:541$

41800

$2a + b = (:5427)$

$2ab + b^2 = 37989$

381100

$2a + b = (:54347)$

$2ab + b^2 = 380429$

Rest $= 671$

II) Soll aus 5 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man also:

$$\sqrt{5} = 2,236\ldots$$

$a^2 = 4$

$\overline{1}00$

$2a + b = (:42)$

$2ab + b^2 = 84$

1600

$2a + b = (:443)$

$2ab + b^2 = 1329$

27100

$2a + b = (:4466)$

$2ab + b^2 = 26796$

Rest $= 304$

Anmerk. 1. Manchen arithmetischen Lehrbüchern *) und Logarithmen-Tafeln **) sind angehängt I) Tafeln der Quadrat- und Kubik-Zahlen von 1 bis 1000, und II) Tafeln der Quadrat- und Kubik-Wurzeln aller aufein-

---

*) z. B. dem Lehrbuche der Arithmetik und Algebra v. J. B. Weigl. Den Vorlesungen über die Mathematik (Rechenkunst und Algebra) von Georg Freiherrn v. Vega 2c.

**) z. B. der Sammlung mathematischer Tafeln von Georg Frh. v. Vega (herausgegeben von Dr. J. A. Hülße).

Besonders aber sind hier zu erwähnen die Tafeln der Quadrat- und Kubikwurzeln aller Zahlen von 1 bis 25500 2c. von Gustav Adolph Jahn.

anderfolgenden Zahlen von 1 bis 1000. Soll nun aus einer Zahl, welche kleiner als 1000 ist, die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so findet sich diese genau in einer solchen Tafel (II). Wie aber aus einer Zahl, welche größer als 1000 ist, durch eine dieser Tafeln die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden könne, soll im Folgenden gezeigt werden.

Aus der Anzahl der Klassen, in welche sich eine Quadrat-Zahl (Quadrat) eintheilen läßt, kann man auf die Anzahl der Zifferstellen der zu suchenden Wurzel schließen. Soll z. B. aus der Zahl 767376 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so wird sie in Klassen und zwar in drei Klassen eingetheilt, also kann die Wurzel nur drei Zifferstellen enthalten, sie muß daher kleiner als 1000 sein und sich, wenn die Quadratzahl rational ist, genau aus der Tafel (I) der Quadrat-Zahlen finden lassen; und es ist wirklich $\sqrt{767376} = 876$. Ist aber die Zahl irrational, so suche man in den Tafeln (I) der Quadrate das größte Quadrat, welches sich von dem gegebenen noch abziehen läßt und schreibe die entsprechende Wurzel hinter das Gleichheitszeichen; ferner ziehe man wirklich ab, hänge dem Reste zwei Nullen an, nehme die aus den Tafeln gefundene Wurzel doppelt, setze sie auf die bekannte Weise unter dem Rest und die zwei angehängten Nullen und dividire ꝛc., auf welche Weise die Wurzel durch Decimal-Stellen beliebig genau gefunden werden kann. So z. B.

$$\sqrt{4|50|32} = 212{,}2074\ldots$$

$212^2 =$	$4\;49\;44$ (aus den Tafeln)
	8800
$(2 \times 212) + 2 =$	$(:4242)$
$(2 \times 212 \times 2) + 2^2 =$	8484
	31600
$(2 \times 2122) + 0 =$	$(:42440)$
	3160000
$(2 \times 21220) + 7 =$	$(:424407)$
$(2 \times 21220 \times 7) + 7^2 =$	2970849
	18915100
$(2 \times 212207) + 4 =$	$(:4244144)$
$(2 \times 212207 \times 4) + 4^2 =$	16976576
Rest $=$	1938524

Enthält die zu suchende Wurzel mehr als drei Zifferstellen, so suche man in den Tafeln (I) der Quadratzahlen das größte Quadrat, welches sich von den drei ersten Klassen noch abziehen läßt, und schreibe die entsprechende Wurzel hinter das Gleichheitszeichen; ferner ziehe man wirklich ab, setze zum Reste die nächste Klasse herunter, nehme die aus den Tafeln gefundene Wurzel doppelt, setze sie auf die bekannte Weise unter den Rest und die heruntergesetzte Klasse und dividire ꝛc. So z. B.

$$\sqrt{1|75|96|28|78|01} = 132651$$

$$132^2 = 1\ 74\ 24 \text{ (aus den Tafeln)}$$

$$\begin{array}{rcl} & & 1\ 72\ 28 \\ (2 \times 132) + 6 & = & (:\ 26\ 46) \\ (2 \times 132 \times 6) + 6^2 & = & 1\ 58\ 76 \\ & & 13\ 52\ 78 \\ (2 \times 1326) + 5 & = & (:\ 2\ 65\ 25) \\ (2 \times 1326 \times 5) + 5^2 & = & 13\ 26\ 25 \\ & & 26\ 53\ 01 \\ \left.\begin{array}{r}(2 \times 13265) + 1 \\ (2 \times 13265 \times 1) + 1^2\end{array}\right\} & = & (:\ 26\ 53\ 01) \\ & & \text{Rest} = 0 \end{array}$$

Bleibt zuletzt ein Rest, so hänge man demselben zwei Nullen an, mache in der Wurzel ein Komma und suche noch so viel Decimal-Stellen, als es die Genauigkeit der Rechnung erfordert.

Anmerk. 2. Läßt sich eine Quadratzahl in zwei Faktoren auflösen, wovon wenigstens einer ein reines Quadrat ist, so kann man die Quadrat-Wurzel aus jedem einzeln ausziehen und zuletzt die Wurzeln mit einander multipliciren.

So z. B. ist $562500 = 625 \times 900$, und

$$\sqrt{562500} = \sqrt{625} \times \sqrt{900} = 25 \times 30 = 750.$$

Ferner ist z. B. $56064 = 876 \times 64$, und

$$\sqrt{56064} = \sqrt{876} \times \sqrt{64} = 29{,}5972972 \times 8 = 236{,}7783776.$$

Uebungsbeispiele.

240) $\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots$ 241) $\sqrt{6} = 2{,}4494897\ldots$
242) $\sqrt{24} = 4{,}8989794\ldots$ 243) $\sqrt{85} = 9{,}2195444\ldots$
244) $\sqrt{218} = 14{,}76482306\ldots$ 245) $\sqrt{300} = 17{,}32050807\ldots$
246) $\sqrt{883} = 29{,}7153159\ldots$ 247) $\sqrt{959} = 30{,}9677251\ldots$
248) $\sqrt{71311} = 267{,}041\ldots$ 249) $\sqrt{83526} = 289{,}0086\ldots$

§. 18.

c) Quadrat-Wurzeln aus Decimal-Brüchen.

Entweder sind die Decimal-Brüche gemischt oder ungemischt, daher gibt es zwei Hauptfälle, nämlich:

a) Ist aus einem Decimal-Bruche ohne Ganze, also aus einem ungemischten Decimal-Bruche die Quadrat-Wurzel auszuziehen, so verfahre man nach folgenden Regeln:

α) Man setze in der Wurzel an die Stelle der Ganzen eine Null und mache rechts darneben ein Komma.

β) Ferner hänge man den Decimal-Stellen rechts eine Null an, wenn die Anzahl derselben ungerade ist, und theile den Decimal-Bruch in Klassen ab.

γ) Endlich wird die Quadrat-Wurzel wie aus einer ganzen Zahl ausgezogen.

* Will man die Wurzel noch genauer d. h. mit noch mehr Decimal-Stellen bestimmen, so hänge man dem letzten Reste einer Klasse Nullen an und verfahre auf die bisher gezeigte Weise.

b) Ist aus einem Decimal-Bruche mit Ganzen, also aus einem gemischten Decimal-Bruche die Quadrat-Wurzel auszuziehen, so verfahre man nach folgenden Regeln:

α) Man hänge den Decimal-Stellen rechts eine Null an, wenn die Anzahl derselben ungerade ist und theile den ganzen Decimal-Bruch d. i. die Decimal-Stellen und die Ganzen von der Rechten zur Linken in Klassen ab.

* Auf diese Weise wird ein Theilstrich mit dem Komma zusammenfallen.

β) Hierauf wird die Quadrat-Wurzel wie aus einer ganzen Zahl ausgezogen und in der gefundenen Wurzel werden von der Rechten zur Linken so viele Decimal-Stellen abgeschnitten, als Decimal-Klassen vorhanden sind.

* Will man die Wurzel noch genauer d. h. mit noch mehr Decimal-Stellen bestimmen, so hänge man dem letzten Reste eine Klasse Nullen an und verfahre auf die bisher gezeigte Weise.

Anmerk. Vorstehende Regeln kann man auch in eine einzige zusammenfassen, nämlich: Ist aus einem gegebenen Decimal-Bruche die Quadrat-Wurzel auszuziehen, so verfahre man wie bei ganzen Zahlen, nur muß man die Abtheilung der Ziffern in Klassen allemal beim Komma anfangen und nach rechts und links abtheilen; im Falle die Anzahl der Decimal-Stellen ungerade ist, so muß sie durch eine rechts angehängte Null gerade gemacht werden, auf daß für jede Klasse zwei Decimal-Stellen vorhanden sind; endlich werden zuletzt in der gefundenen Wurzel so viele Decimal-Stellen abgeschnitten, als Decimal-Klassen der gegebene Bruch hat.

Erläuterungsbeispiele ad a)

I) Soll aus 0,52118 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$$\sqrt{0,|52|11|80} = 0,7219 = 0,722$$

$a^2 = 49$

311

$2a + b = (:142)$

$2ab + b^2 = 284$

2780

$2a + b$, $2ab + b^2 = (:1441)$

133900

$2a + b = (:14429)$

$2ab + b^2 = 129861$

Rest $= 4039$

II) Soll aus 0,00067081 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$$\sqrt{0,|00|06|70|81} = 0,0259$$

$a^2 = 4$

270

$2a + b = (:45)$

$2ab + b^2 = 225$

4581

$2a + b = (:509)$

$2ab + b^2 = 4581$

Rest $= 0$

Anmerk. 1. Die Richtigkeit des Verfahrens wird einleuchten, wenn man den Decimal-Bruch in einen gemeinen Bruch verwandelt und sodann die Wurzel aus dem Zähler und Nenner auszieht, z. B. $\sqrt{0,00067081} =$

$$\sqrt{\frac{67081}{100000000}} = \frac{\sqrt{67081}}{\sqrt{100000000}} = \frac{259}{10000} = 0,0259.$$

Anmerk. 2. Bei allen solchen Beispielen ergibt sich, daß die Wurzeln größere Brüche werden, als die Quadrate waren, was ganz natürlich ist, indem ein Bruch immer kleiner wird, zu je höherer Potenz man ihn erhebt.

Erläuterungsbeispiele ad b)

I) Soll aus 17572,1536 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$\sqrt{1|75|72,|15|36} = 132{,}56$

$a^2 = 1$ $\quad \dot{}\dot{}\dot{}\dot{}\dot{}$

75 $\quad$ ab. . .

$2a + b = (:23)$ $\quad$ a b. .

$2ab + b^2 = 69$ $\quad$ a b.

672 $\quad$ a b

$2a + b = (:262)$

$2ab + b^2 = 524$

14815

$2a + b = (:2645)$

$2ab + b^2 = 13225$

159036

$2a + b = (:26506)$

$2ab + b^2 = 159036$

Rest $= 0$

II) Soll aus 837,564 die Quadrat-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$\sqrt{8|37,|56|40} = 28{,}94\ldots$

$a^2 = 4$ $\quad \dot{}\dot{}\dot{}\dot{}$

437 $\quad$ ab. .

$2a + b = (:48)$ $\quad$ a b.

$2ab + b^2 = 384$ $\quad$ a b

5356

$2a + b = (:569)$

$2ab + b^2 = 5121$

23540

$2a + b = (:5784)$

$2ab + b^2 = 23136$

Rest $= 404$

Anmerk. Wenn Decimal-Bruche mit denselben Ziffern in derselben Ordnung geschrieben sind, so bleiben auch die Ziffern der Wurzel dieselben, so bald immer die nämlichen Ziffern in ein und dieselbe Klasse zu stehen kommen.

So z. B. $\sqrt{17572{,}1536} = 132{,}56$

$\sqrt{175{,}721536} = 13{,}256$

$\sqrt{1{,}75721536} = 1{,}3256$

$\sqrt{175721536} = 13256$; aber

$\sqrt{1757{,}21536} = 41{,}919\ldots$

Uebungsbeispiele.

250) $\sqrt{0{,}2} = 0{,}447213\ldots$ $\quad$ 251) $\sqrt{0{,}3} = 0{,}5477225\ldots$

252) $\sqrt{0{,}03} = 0{,}173205\ldots$ $\quad$ 253) $\sqrt{0{,}024} = 0{,}154919\ldots$

254) $\sqrt{0,003} = 0,0547722\ldots$ 255) $\sqrt{0,014} = 0,11832\ldots$
256) $\sqrt{0,00748} = 0,0864\ldots$ 257) $\sqrt{0,0834} = 0,2887905\ldots$
258) $\sqrt{1,09} = 1,044\ldots$ 259) $\sqrt{8,83} = 2,971531\ldots$
260) $\sqrt{17,391} = 4,17\ldots$ 261) $\sqrt{256,3} = 16,009\ldots$
262) $\sqrt{862,4} = 29,3\ldots$ 263) $\sqrt{576,4801} = 24,01.$
264) $\sqrt{3303,9504} = 57,48.$ 265) $\sqrt{9474,296896} = 97,336.$

§. 19.

d) Quadrat-Wurzeln aus gemeinen Brüchen.

Aus einem gemeinen Bruche wird die Quadrat-Wurzel dadurch ausgezogen, daß man sie aus dem Zähler sowohl, als auch aus dem Nenner auszieht; die Wurzel aus dem Zähler gibt den Zähler und die Wurzel aus dem Nenner gibt den Nenner desjenigen Bruches, welcher die verlangte Wurzel ausdrückt. Ist der gemeine Bruch ein gemischter, so muß er vorerst eingerichtet werden. Weil aber meistens der Fall eintritt, daß entweder der Zähler oder der Nenner oder beide zugleich irrationale Zahlen sind, so beobachte man, um sich die Arbeit zu erleichtern, folgende Regeln:

a) Ist der Zähler irrational, der Nenner aber rational, so ziehe man aus dem Zähler die Quadrat-Wurzel annäherungsweise bis auf so viele Decimal-Stellen aus, als es die Genauigkeit der Aufgabe erfordert, und dividire die Wurzel des Zählers durch die Wurzel des Nenners.

b) Ist der Zähler rational, der Nenner aber irrational, oder sind Zähler und Nenner irrational, so kann man den Nenner dadurch rational machen, daß man Zähler und Nenner mit dem Nenner multiplicirt, wornach wieder wie vorher (sub a) verfahren wird.

Oder man kann vorstehende zwei Regeln in eine einzige zusammenfassen und in Kürze also geben:

Man verwandle den gemeinen Bruch in einen Decimal-Bruch und ziehe aus diesem die Quadrat-Wurzel aus.

Erläuterungsbeispiele.

I) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$ II) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

III) $\sqrt{\frac{7}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}} = \frac{2,64575\ldots}{3} = 0,881916\ldots$

IV) $\sqrt{5\frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{83}{16}} = \frac{\sqrt{83}}{\sqrt{16}} = \frac{9,1104335\ldots}{4} = 2,2776083\ldots$

V) $\sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{4\,.\,5}{5\,.\,5}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{25}} = \frac{4,472135955\ldots}{5} = 0,894427191\ldots$

VI) $\sqrt{\frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{5\,.\,6}{6\,.\,6}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{36}} = \frac{5,477225575\ldots}{6} = 0,912870929\ldots$

VII) $\sqrt{8\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{43}{5}} = \sqrt{\frac{43\,.\,5}{5\,.\,5}} = \frac{\sqrt{215}}{\sqrt{25}} = \frac{14,66287\ldots}{5} = 2,93257\ldots$

VIII) $\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{0,375} = \sqrt{0,3750} = 0,61237243569579\ldots$

IX) $\sqrt{\frac{5}{6}} = \sqrt{0,833333\ldots} = 0,91287\ldots$

X) $\sqrt{7\frac{2}{3}} = \sqrt{7,6666\ldots} = 2,76887\ldots$

Anmerk. Bei der Ausziehung der Quadrat-Wurzeln aus unendlichen oder periodischen Decimal-Brüchen hat man bei fortgesetzter Ausziehung niemals nöthig, Nullen anzuhängen, sondern man hängt die Ziffern in der Ordnung klassenweise an, nach deren Gesetz der Decimal-Bruch fortläuft.

Uebungsbeispiele.

266) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

267) $\frac{16}{25} = \frac{4}{5}$

268) $\sqrt{8\frac{1}{36}} = 2\frac{5}{6}$

269) $\sqrt{1\frac{5}{9}} = 1,24721\ldots$

270) $\sqrt{5\frac{3}{4}} = 2,39791\ldots$

271) $\sqrt{3\frac{2}{5}} = 1,84390\ldots$

272) $\sqrt{13\frac{5}{8}} = 3,69120\ldots$

273) $\sqrt{17\frac{1}{3}} = 4,16333\ldots$

274) $\sqrt{41\frac{2}{3}} = 6,45497\ldots$

275) $\sqrt{\frac{5}{12}} = 0,645497\ldots$

B) Ausziehung der Kubik-Wurzeln.

§. 20.

a) Kubik-Wurzeln aus ganzen Zahlen, welche reine oder vollkommene Kuben sind.

Kubus (Würfel) ist ein Körper von sechs Gränzflächen, welche lauter gleiche Quadrate sind. *) Der körperliche Inhalt (Rauminhalt)

*) Oder: Kubus (Würfel) ist Parallelepipedon, dessen sechs Gränzflächen lauter gleiche Quadrate sind.

eines Kubus wird gefunden, wenn man eine Seite (Kante) mißt und dieses Maß (in Zahlen ausgedrückt) zweimal mit sich selbst multiplicirt. Eine jede Zahl zweimal mit sich selbst multiplicirt, gibt eine Kubik-Zahl (Würfel-Zahl.) *)

Soll aus dem Rauminhalte eines Kubus eine Kante gesucht werden, so muß die Zahl, welche den Rauminhalt ausdrückt, in drei gleiche Faktoren zerlegt werden, und einer davon ist das Maß einer Kante.

Eine jede Zahl, die aus drei gleichen Faktoren entstanden ist, heißt Kubikzahl oder auch bloß Kubus,*) und jeder einzelne Faktor der Kubik-Zahl wird Kubik-Wurzel genannt.

Soll eine Zahl zum Kubus erhoben werden, so wird sie zweimal **) mit sich selbst multiplicirt, soll umgekehrt aus einer Zahl die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so wird sie in drei gleiche Faktoren zerlegt und einer davon ist die Kubik-Wurzel.

Das Zeichen der Kubik-Wurzeln ist dasselbe wie das der Quadrat-Wurzeln, nur mit dem Unterschiede, daß beim Kubik-Wurzelzeichen in die Oeffnung ein Dreier (3) geschrieben wird, nämlich $\sqrt[3]{\ }$. Dieses Zeichen drückt aus, daß aus jener Zahl, vor welcher es links hingeschrieben ist, die Kubik-Wurzel ausgezogen werden soll. So z. B. $\sqrt[3]{64}$ d. h. die Kubik-Wurzel aus 64.

Das Kubiren ist ein reines Multipliciren, aber das Kubik-Wurzelausziehen ist nicht eine bloße Division, weil nicht nur der Quotient, sondern auch der Divisor unbekannt ist. Daher sind für das Ausziehen der Kubik-Wurzeln eigene Regeln erforderlich. Vor Allem merke man sich die Kuben der Zahlen von 1 bis 9. Diese und ihre Wurzeln enthält folgende

Wurzeltafel.

Die natürl. Zahlen (als Wurzeln)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Die Kuben der natürlichen Zahlen	1	8	27	64	125	216	243	512	729

Hieraus geht zugleich hervor, daß aus der letzten Ziffer einer Zahl nie erkannt werden kann, ob dieselbe ein vollkommener Kubus sei oder nicht.

---

*) Siehe Seite 35, 36, 48, 49 und 94.

**) Oder dreimal als Faktor gesetzt.

Um aus einer Zahl die Kubik-Wurzel ausziehen zu können, muß man sich die Kubik-Zahl aus einer Summe entstanden denken. Wie man eine Summe zum Kubus erhebe, ersieht man am besten an allgemeinen Zahlen d. i. an Buchstaben, nämlich:

$(a + b) . (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ wie beim Erheben einer Summe zum Quadrate gezeigt worden ist (§. 16.).

$$\begin{array}{rl} (a^2 + 2ab + b^2) . (a + b) = & a^2 + 2ab + b^2 \\ & \times (a + b) \\ \hline & a^3 + 2a^2b + ab^2 \\ & \quad + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ \hline & a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{array}$$

oder eine wirkliche Zahlensumme zum Kubus erhoben:

$$\begin{array}{l} 3 + 4 \\ 3 + 4 \\ \hline 3^2 + 1 . (3 . 4) \\ \quad + 1 . (3 . 4) + 4^2 \\ \hline 3^2 + 2 . (3 . 4) + 4^2 \\ \quad \times (3 + 4)\,^{*)} \\ \hline 3^3 + 2 . (3^2 . 4) + 1 . (3 . 4^2) \\ \quad + 1 . (3^2 . 4) + 2 . (3 . 4^2) + 4^3 \\ \hline 3^3 + 3 . (3^2 . 4) + 3 . (3 . 4^2) + 4^3 = 7^3 = 343. \end{array}$$

Es ist also $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Dieser Buchstaben-Ausdruck enthält das Kubirungsgesetz, welches in Worten also lautet:

Der Kubus einer jeden zweitheiligen Größe besteht aus dem Kubus des ersten Theiles, aus dem dreifachen Quadrate des ersten Theiles in den zweiten, aus dem dreifachen Quadrate des zweiten Theiles in den ersten und aus dem Kubus des zweiten Theiles.

Nun aber kann jede ganze Zahl als eine Summe **) angesehen werden, daher folgende Regeln:

a) Ist aus einer ganzen und rationalen Zahl die Kubik-Wurzel auszuziehen, so theile man dieselbe von der Rechten zur Linken in Klassen ein und gebe jeder Klasse drei Ziffern mit Ausnahme

*) Man multiplicirt mit jedem Gliede den ganzen Multiplicand. Es ist $3^2 \times 3 = 3 . 3 \times 3 = 3 . 3 . 3 = 3^3$.

**) d. h. Man kann jede ganze Zahl in zwei beliebige Summanden zerlegen.

der letzten Klasse links, welche auch nur 2 oder 1 Ziffer enthalten kann.

b) Die höchste Zifferstelle der Wurzel oder das erste Wurzelglied muß in der ersten Klasse links ganz enthalten sein, daher muß man aus dieser die Kubik-Wurzel mittelst vorstehender Wurzeltafel ausziehen; ist aber nach dieser Wurzeltafel die erste Klasse kein vollkommener Kubus, so nehme man die Wurzel des nächst kleineren Kubus und setze die auf diese oder jene Weise gefundene erste (höchste) Ziffer der Wurzel oder das erste Wurzelglied hinter das Gleichheitszeichen.

c) Das gefundene Wurzelglied erhebe man zum Kubus und ziehe diesen von der ersten Klasse ab.

d) Zum gebliebenen Reste, der auch Null sein kann, setze man die nächste (zweite) Klasse herunter, erhebe das erste Wurzelglied zum Quadrate, nehme es dreifach und setze es so als Divisor unter den Rest und die heruntergesetzte Klasse, daß die letzte Ziffer desselben unter die erste Ziffer der heruntergesetzten Klasse zu stehen kommt.

e) Nun dividire man wie bei ganzen Zahlen, setze den gefundenen Quotienten als zweites Glied der Wurzel rechts neben das erste und suche die drei Produkte:

α) das dreifache Quadrat des ersten Theiles (Gliedes) in den zweiten;

β) das dreifache Quadrat des zweiten Theiles in den ersten;

γ) den Kubus des zweiten Theiles,

welche drei Produkte auf folgende Weise untereinander *) zu schreiben sind:

ad α) Die letzte Ziffer vom dreifachen Quadrate des ersten Theiles in den zweiten kommt unter die erste Ziffer der heruntergesetzten Klasse.

---

*) Oder man kann diese Produkte als Nebenrechnung beiseits schreiben. Das erste Produkt ($3a^2b$) wird ohne Weiteres angeschrieben; das zweite Produkt ($3ab^2$) wird so unter das erste geschrieben, daß die Stelle der Zehner unter jene der Einer zu stehen kommt, es wird nämlich das zweite Produkt um eine Stelle weiter rechts gerückt; endlich das dritte Produkt (b^3) wird auf gleiche Weise unter das zweite geschrieben, nämlich so, daß die Stelle der Zehner unter jene der Einer zu stehen kommt. Nachdem die drei Produkte so angeschrieben sind, werden sie addirt und die Summe unter den Rest und die beigesetzte Klasse geschrieben; alsdann wird subtrahirt.

ad β) Die letzte Ziffer vom dreifachen Quadrate des zweiten Theiles in den ersten kommt unter die zweite Ziffer der heruntergesetzten Klasse.

ad γ) Die letzte Ziffer vom Kubus des zweiten Theiles kommt unter dritte die Ziffer der heruntergesetzten Klasse.

f) Diese drei Produkte addire man so, wie sie da stehen und subtrahire ihre Summe von dem Reste und der beigesetzten Klasse.

g) Zum Reste, wenn einer bleibt, setze man die nächste (dritte) Klasse herunter, erhebe die beiden Wurzelglieder (als eine Zahl betrachtet) zum Quadrate, nehme dieses dreifach und verfahre auf die vorige Weise.

h) Hat die gegebene Zahl mehr als drei Klassen, so setze man zum Reste die nächste (vierte) Klasse herunter, erhebe die drei ersten Wurzelgliede (als eine Zahl betrachtet) zum Quadrate, nehme dieses dreifach und verfahre auf obige Weise.

i) Kann man einmal mit dem dreifachen Quadrate der Wurzelglieder nicht dividiren, so ist Null das gesuchte Wurzelglied; man setze die nächste Klasse herunter, erhebe die jetzigen Wurzelglieder (zusammen als eine Zahl betrachtet) zum Quadrate, nehme dieses dreifach und verfahre auf die bekannte Weise.

Anmerkung. Die Kuben von einstelligen Zahlen haben 1, 2 oder 3 Stellen; von zweistelligen Zahlen haben sie 4, 5 oder 6 Stellen; von dreistelligen Zahlen 7, 8 oder 9 Stellen; von vierstelligen Zahlen 10, 11 oder 12 Stellen; von fünfstelligen Zahlen 13, 14 oder 15 Stellen ꝛc.

So z. B. $2^3 = 8$ $\quad 10^3 = 1000$ $\quad 100^3 = 1000000$

$3^3 = 27$ $\quad 22^3 = 10648$ $\quad 216^3 = 10077696$

$9^3 = 729$ $\quad 99^3 = 970299$ $\quad 999^3 = 997002999$

$1000^3 = 1000000000$

$4432^3 = 87056109568$

$9999^3 = 999700029999$ ꝛc.

Theilt man daher eine gegebene Zahl, aus welcher die Kubik-Wurzel ausgezogen werden soll, von der Rechten zur Linken in Klassen und gibt jeder Klasse, so lange es angeht, drei Stellen, so besteht die Wurzel dieser Zahl aus so viel Zifferstellen, als Klassen vorhanden sind.

Erläuterungsbeispiele.

I) Soll aus 99574747875 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man nach vorstehenden Regeln also:

$$\sqrt[3]{99|574|747|875} = 4\,6\,3\,5$$

$a^3 = 64$

$35\,574$ *)

$3a^2 = (:4\,8)..$

$3a^2b = 28\,8..$

$3ab^2 = 4\,32.$

$b^3 = 216$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 33\,336$ (subtrahirt.)

a b . .

a b .

a b

$2\,238\,747$

$3a^2 = (:634\,8)..$

$3a^2b = 1\,904\,4..$

$3ab^2 = 12\,42.$

$b^3 = 27$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 1\,916\,847$ (subtrahirt.)

$321\,900\,875$

$3a^2 = (:64\,310\,7)..$

$3a^2b = 321\,553\,5..$

$3ab^2 = 347\,25.$

$b^3 = 125$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 321\,900\,875$ (subtrahirt.)

Rest = 0

Anmerkung 1. Bei der Ausziehung der Kubik=Wurzel ist es stets rathsam, den Quotienten anfangs lieber zu groß als zu klein anzunehmen, weil

---

*) Oder die in der Anmerkung auf Seite 130 gegebene Anleitung angewendet:

$\sqrt[3]{99|574|747|875}$ . . . . $4(0) = a$

$a^3 = 64$

35574 . . . . $6 = b$

$3a^2 = (:48)$. $46 = a + b$

$3a^2b = 288$ . . . . .

$3ab^2 = 432$ . . . . .

$b^3 = 216$ . . . . .

33336

Auch ist 46 für die weitere Fortsetzung der Rechnung als a oder 1r Wurzeltheil zu betrachten, sohin $46(0) = a$

2238747 . . . . $3 = b$

$a = 46$ und $3a^2 = (:6348)$. $463 = a + b$

$3a^2b = 19044$ . . . .

$3ab^2 = 1242$ . . . .

$b^3 = 27$ . . . .

1916847

Auch ist 463 für die weitere Fortsetzung der Rechnung als a oder 1r Wurzeltheil zu betrachten, daher $463(0) = a$

321900875 . . . . $5 = b$

$a = 463$ und $3a^2 = (:643107)$ $4635 = a + b$

$3a^2b = 3215535$ . . . .

$3ab^2 = 34725$ . . . .

$b^3 = 125$ . . . .

321900875

Rest = 0

man nach geschehener Subtraktion nicht sogleich, wie bei der gewöhnlichen Division, entscheiden kann, ob der Quotient nicht zu klein angenommen worden sei; wohl aber kann sogleich entschieden werden, wenn der Quotient zu groß angenommen worden ist, indem man in diesem Falle nicht subtrahiren kann.

Die Kubik-Wurzel ist nicht zu klein, wenn entweder kein Rest bleibt, oder derselbe kleiner ist, als jene Summe, die man erhält, wenn man zum dreifachen Quadrate der gefundenen Kubik-Wurzel das Dreifache derselben und die Zahl 1 addirt.

Soll z. B. aus 146 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so wäre die angenommene Kubik-Wurzel 4 zu klein, weil $4^3 = 64$, dann $146 - 64 = 82$, und der Rest 82 nicht kleiner ist als $3 \times 4^2 + 3 \times 4 + 1 = 61$; dagegen ist die Wurzel 5 nicht zu klein, weil $5^3 = 125$, dann $146 - 125 = 21$, und der Rest 21 kleiner ist als die Summe des dreifachen Quadrates der Wurzel sammt der dreifachen Wurzel und 1, oder

$$21 < 3 \times 5^2 + 3 \times 5 + 1 \text{ d. h. } 21 < 91.$$

Anmerkung 2. Man kann bei Ausziehung der Kubik-Wurzeln aus Zahlen *) auch auf folgende Weise verfahren:

$$\sqrt[3]{99|574|747|875} = 4\;6\;3\;5$$

$$\begin{array}{rcrl}
a & = & 64 & \quad a\;.\;.\;. \\
 & & 35\,574 & \quad a\;b\;.\;. \\
3a^2 & = & (:4\,8) & \quad a\;b\;. \\
3a^2b & = & 28\,8 & \quad a\;b \\
 & & 6\,774 & \\
3ab^2 & = & 4\,32 & \\
 & & 2\,454 & \\
b^3 & = & 216 & \\
 & & 2\,238\,747 & \\
3a^2 & = & (:\,634\,8) & \\
3a^2b & = & 1\,904\,4 & \\
 & & 334\,347 & \\
3ab^2 & = & 12\,42 & \\
 & & 321\,927 & \\
b^3 & = & 27 & \\
 & & 321\,900\,875 & \\
3a^2 & = & (:64\,310\,7) & \\
3a^2b & = & 321\,553\,5 & \\
 & & 347\,375 & \\
3ab^2 & = & 347\,25 & \\
 & & 125 & \\
b^3 & = & 125 & \\
\end{array}$$

$$\text{Rest} = 0$$

*) Im Gegensatz von Buchstabengrößen.

$$\text{Oder:}\quad \sqrt[3]{99|574|747|875} = \underset{a}{\dot{4000}} + \underset{b}{\dot{600}} + \underset{c}{\dot{30}} + \underset{d}{\dot{5}}$$

$$\begin{array}{rcr}
a^3 & = & 64\,000\,000\,000 \\ \hline
 & & 35\,574\,747\,875 \\
3a^2 & = & (:4\,800\,000\,0) \\
3a^2b & = & 28\,800\,000\,000 \\ \hline
 & & 6\,774\,747\,875 \\
3ab^2 & = & 4\,320\,000\,000 \\ \hline
 & & 2\,454\,747\,875 \\
b^3 & = & 216\,000\,000 \\ \hline
 & & 2\,238\,747\,875 \\
3(a+b)^2 & = & (:634\,800\,00) \\
3(a+b)^2c & = & 1\,904\,400\,000 \\ \hline
 & & 334\,347\,875 \\
3(a+b)c^2 & = & 12\,420\,000 \\ \hline
 & & 321\,927\,875 \\
c^3 & = & 27\,000 \\ \hline
 & & 321\,900\,875 \\
3(a+b+c)^2 & = & (:64\,310\,700) \\
3(a+b+c)^2d & = & 321\,553\,500 \\ \hline
 & & 347\,375 \\
3(a+b+c)d^2 & = & 347\,250 \\ \hline
 & & 125 \\
d^3 & = & 125 \\ \hline
 & \text{Rest} = & 0
\end{array}$$

Zur Probe kann man die Zahl 4635 nach den einzelnen Theilen des Kubirungsgesetzes zum Kubus erheben, wobei alle Produkte, Quadrate und Kuben addirt werden müssen, wie sie bei Ausziehung der Wurzel subtrahirt worden sind.

$$\text{Z. B. } 4635^3 = (4000 + 600 + 30 + 5)^3$$

$$\begin{array}{rcrcl}
\text{Nun aber ist } 4000 \,.\, 4000 \,.\, 4000 & = & 64000000000 & = & a^3 \\
3 \,.\, 4000 \,.\, 4000 \,.\, 600 & = & 28800000000 & = & 3a^2b \\
3 \,.\, 4000 \,.\, 600 \,.\, 600 & = & 4320000000 & = & 3ab^2 \\
600 \,.\, 600 \,.\, 600 & = & 216000000 & = & b^3 \\
3 \,.\, (4000 + 600) \times (4000 + 600) \,.\, 30 & = & 1904400000 & = & 3(a+b)^2c \\
3 \,.\, (4000 + 600) \,.\, 30 \,.\, 30 & = & 12420000 & = & 3(a+b)c^2 \\
30 \,.\, 30 \,.\, 30 & = & 27000 & = & c^3 \\
3 \,.\, (4000 + 600 + 30) \times (4000 + 600 + 30) \,.\, 5 & = & 321553500 & = & 3(a+b+c)^2d \\
3 \,.\, (4000 + 600 + 30) \,.\, 5 \,.\, 5 & = & 347250 & = & 3(a+b+c)d^2 \\
5 \,.\, 5 \,.\, 5 & = & 125 & = & d^3 \\ \hline
\end{array}$$

$$\text{Also } 4635^3 = 99574747875 = (a+b+c+d)^3$$

II) Soll aus 3403157947191296 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man nach obigen Regeln also:

$$\sqrt[3]{3|403|157|947|191|296} = 150416$$

$$\begin{array}{rcl}
a^3 & = & 1 \\
 & & 2403 \\
3a^2 & = & (:3).. \\
3a^2b & = & 15.. \\
3ab^2 & = & 75. \\
b^3 & = & 125 \quad \text{subtrahirt.} \\
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 2375 \\
 & & 28157 \\
3a^2 & = & (:675).. \\
 & & 28157947 \\
3a^2 & = & (:67500).. \\
3a^2b & = & 270000.. \\
3ab^2 & = & 7200. \\
b^3 & = & 64 \quad \text{subtrahirt.} \\
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 27072064 \\
 & & 1085883191 \\
3a^2 & = & (:6786048).. \\
3a^2b & = & 6786048.. \\
3ab^2 & = & 4512. \\
b^3 & = & 1 \quad \text{subtrahirt.} \\
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 678649921 \\
 & & 407233270296 \\
3a^2 & = & (:678695043).. \\
3a^2b & = & 4072170258.. \\
3ab^2 & = & 1624428. \\
b^3 & = & 216 \quad \text{subtrahirt.} \\
3ab^2 + 3ab^2 + b^3 & = & 407233270296 \\
 & & \text{Rest} = 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
1\,5\,0\,4\,1\,6 \\
\cdot\,\cdot\,\cdot\,\cdot\,\cdot\,\cdot \\
\underbrace{a\,b}\,.\,.\,.\,. \\
\underbrace{a\quad b}\,.\,.\,. \\
\underbrace{a\quad\; b}\,.\,. \\
\underbrace{a\quad\;\; b}\,. \\
a\quad\;\;\; b
\end{array}$$

Uebungsbeispiele.

276) $\sqrt[3]{21952} = 28.$

277) $\sqrt[3]{274625} = 65.$

278) $\sqrt[3]{13997521} = 241.$

279) $\sqrt[3]{567663552} = 828.$

280) $\sqrt[3]{31524548679} = 3159.$

281) $\sqrt[3]{15419656169} = 2489.$

282) $\sqrt[3]{128100283921} = 5041.$

283) $\sqrt[3]{1073741824} = 1024.$
284) $\sqrt[3]{885842380864} = 9604.$
285) $\sqrt[3]{28096127520832216} = 304006.$
286) $\sqrt[3]{3518743761} = 1521.$
287) $\sqrt[3]{225199600704} = 6084.$
288) $\sqrt[3]{8108486729} = 2009.$
289) $\sqrt[3]{47658422665216} = 36256.$
290) $\sqrt[3]{725123750650140808} = 898402.$

§. 21.

b) Kubik-Wurzeln aus ganzen Zahlen, welche **keine** reine Kuben sind.

Die Regeln sind, bis man alle Klassen heruntergesetzt hat, ganz dieselben wie im vorigen §.; bleibt zuletzt ein Rest, was bei allen unreinen oder unvollkommenen Kuben der Fall ist, so verfahre man weiter also:

a) Man hänge dem letzten Reste eine Klasse d. i. drei Nullen an und verfahre auf die bisherige Weise.

b) Dem jetzigen Reste hänge man wieder drei Nullen an und setze das Verfahren, indem immerhin ein Rest bleibt, so lange fort, als es die Genauigkeit der Aufgabe erfordert.

c) So viele Klassen Nullen dem Reste angehängt worden sind, eben so viele Decimal-Stellen schneide man in der Wurzel von der Rechten zur Linken ab; oder man mache schon bei Ausziehung der Wurzel, wenn ein Rest bleibt und keine Klasse mehr herunterzusetzen ist, nach dem letzten Wurzelgliede ein Komma und verfahre auf die angegebene Weise.

Anmerkung. Weiß man schon zum Voraus, daß die gegebene Zahl kein reiner oder kein vollkommner Kubus ist, so kann man derselben so viele Klassen Nullen rechts anhängen, als die Wurzel Decimal-Stellen erhalten soll, wodurch die gegebene Zahl mit 1000, 1000000, 1000000000 ꝛc. multiplicirt wird, weßhalb die Wurzel mit 10, 100, 1000 ꝛc. dividirt werden muß, oder man muß in der Wurzel von der Rechten zur Linken 1, 2, 3 ꝛc. Decimal-Stellen abschneiden.

Erläuterungsbeispiele.

I) Soll aus 188138985 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$$
\begin{array}{rcll}
 & & \sqrt[3]{188|138|985} = 573{,}006\ldots & \\
a^3 & = & 125 & \ldots\ldots \\
 & & 63138 & a\,b\,.\,.\,. \\
3a^2 & = & (:75)\,.\,. & a\,b\,.\,.\,. \\
3a^2b & = & 525\,.\,. & a\,b\,.\,. \\
3ab^2 & = & 735\,. & a\,b\,. \\
b^3 & = & 343 & a\,b \\
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 60193 & \\
 & & 2945985 & \\
3a^2 & = & (:9747)\,.\,. & \\
3a^2b & = & 29241\,.\,. & \\
3ab^2 & = & 1539\,. & \\
b^3 & = & 27 & \\
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 2939517 & \\
 & & 6468000 & \\
3a^2 & = & (:984987)\,.\,. & \\
 & & 6468000000 & \\
3a^2 & = & (:98498700)\,.\,. & \\
 & & 6468000000000 & \\
3a^2 & = & (:9849870000)\,.\,. & \\
3a^2b & = & 59099220000\,.\,. & \\
3ab^2 & = & 6188400\,. & \\
b^3 & = & 216 & \\
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 5909983884216 & \\
\text{Rest} & = & 558016115784 &
\end{array}
$$

* Zur Probe: $(573{,}006 \times 573{,}006 \times 573{,}006) + 558016115784$.

II) Soll aus 7 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man also:

$$\sqrt[3]{7} = 1{,}9129\ldots$$

$$\begin{array}{rcl}
a^3 & = & 1 \\
 & & \overline{6000} \\
3a^2 & = & (:3).. \\
3a^2b & = & 27.. \\
3ab^2 & = & 243. \\
b^3 & = & 729 \\
\hline
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 5859 \\
 & & 141000 \\
3a^2 & = & (:1083).. \\
3a^2b & = & 1083.. \\
3ab^2 & = & 57. \\
b^3 & = & 1 \\
\hline
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 108871 \\
 & & 32129000 \\
3a^2 & = & (:109443).. \\
3a^2b & = & 218886.. \\
3ab^2 & = & 2292. \\
b^3 & = & 8 \\
\hline
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 21911528 \\
 & & 10217472000 \\
3a^2 & = & (:10967232).. \\
3a^2b & = & 98705088.. \\
3ab^2 & = & 464616. \\
b^3 & = & 729 \\
\hline
3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 9875155689 \\
\text{Rest} & = & 342316311
\end{array}$$

Anmerkung 1. Manchen arithmetischen Lehrbüchern und Logarithmen-Tafeln sind angehängt I) Tafeln der Quadrat- und Kubik-Zahlen von 1 bis 1000, und II) Tafeln der Quadrat- und Kubik-Wurzeln aller aufeinanderfolgenden Zahlen von 1 bis 1000. Soll nun aus einer Zahl, welche kleiner als 1000 ist, die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so findet sich diese genau in einer solchen Tafel (II). Wie aber aus einer Zahl, welche größer als 1000 ist, durch eine dieser Tafeln die Kubik-Wurzel ausgezogen werden könne, soll im Folgenden gezeigt werden: *)

Aus der Anzahl der Klassen, in welche sich eine Kubik-Zahl (Kubus) eintheilen läßt, kann man auf die Anzahl der Zifferstellen der zu suchenden Wurzel schließen. Soll z. B. aus der Zahl 397065375 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so wird sie in Klassen und zwar in drei Klassen eingetheilt, also kann die Wurzel nur drei Zifferstellen enthalten, sie muß

*) Es sind hier die Tafeln, welche dem Lehrbuche der Arithmetik und Algebra von J. B. Weigl angehängt sind, benützt worden.

daher kleiner als 1000 sein, und sich, wenn die Kubik-Zahl rational ist, genau aus der Tafel (I) der Kubik-Zahlen finden lassen, und es ist wirklich $\sqrt[3]{397065375} = 735$. Ist aber die Zahl irrational, so suche man in den Tafeln (I) der Kubik-Zahlen den größten Kubus, welcher sich von dem gegebenen noch abziehen läßt und schreibe die entsprechende Wurzel hinter das Gleichheitszeichen; ferner ziehe man wirklich ab, hänge dem Reste drei Nullen an, nehme das Quadrat der in den Tafeln gefundenen Wurzel dreifach, setze es auf die bekannte Weise unter den Rest und die drei angehängten Nullen und dividire ꝛc. auf welche Weise die Wurzel durch Decimal-Stellen beliebig genau gefunden werden kann. So z. B.

$\sqrt[3]{45|699|385} = 357{,}5\ldots$

357³ = 45 499 293 (aus den Tafeln)

200 092 000

3 . 357 . 357 = (:382347) . .

3 . 357 . 357 . 5 = 1911735 . .

3 . 357 . 5 . 5 = 26775 .

5 . 5 . 5 = 125

191 441 375

Rest = 8 650 625

Enthält die zu suchende Wurzel mehr als drei Zifferstellen, so suche man in den Tafeln (I) der Kubik-Zahlen den größten Kubus, welcher sich von den drei ersten Klassen noch abziehen läßt, und schreibe die entsprechende Wurzel hinter das Gleichheitszeichen; ferner zieht man wirklich ab, setze zum Reste die nächste Klasse herunter, nehme das Quadrat der gefundenen Wurzel dreifach, setze es auf die bekannte Weise unter den Rest und die heruntergesetzte Klasse und dividire ꝛc. So z. B.

$\sqrt[3]{725|123|750|650|140|808} = 898402$

898³ = 724 150 792 (aus den Tafeln)

972 958 650

3 . 898 . 898 = (:241921 2) . .

3 . 898 . 898 . 4 = 9676848 . .

3 . 898 . 4 . 4 = 43104 .

4 . 4 . 4 = 64

968 115 904

4 842 746 140

3 . 8984 . 8984 = (:24213676 8) . .

4 842 746 140 808

3 . 89840 . 89840 = (:2 421 367 680 0) . .

3 . 89840 . 89840 . 2 = 4 842 735 3600 . .

3 . 89840 . 2 . 2 = 1078080 .

2 . 2 . 2 = 8

4 842 746 140 808

Rest = 0

Bleibt zuletzt ein Rest, so hänge man demselben drei Nullen an, mache in der Wurzel ein Komma und suche noch so viele Decimal-Stellen, als es die Genauigkeit der Rechnung erfordert.

Anmerkung 2. Läßt sich eine Kubik-Zahl in zwei Faktoren auflösen, wovon wenigstens einer ein reiner Kubus ist, so kann man die Kubik-Wurzel aus jedem Faktor einzeln ausziehen und zuletzt die Wurzeln mit einander multipliciren.

So z. B. ist $4439245112875 = 5177717 \times 857375$, und
$\sqrt[3]{4439245112875} = \sqrt[3]{5177717} \times \sqrt[3]{857375} = 173 \times 95 = 16435$.

Ferner ist z. B. $179712 = 832 \times 216$, und
$\sqrt[3]{179712} = \sqrt[3]{832} \times \sqrt[3]{216} = 9{,}405 \times 6 = 56{,}43$.

Uebungsbeispiele.

291) $\sqrt[3]{3} = 1{,}44224.$ 292) $\sqrt[3]{5} = 1{,}70997\ldots.$
293) $\sqrt[3]{30} = 3{,}10723\ldots.$ 294) $\sqrt[3]{75} = 4{,}21716\ldots.$
295) $\sqrt[3]{259} = 6{,}37431\ldots.$ 296) $\sqrt[3]{380} = 7{,}24315\ldots.$
297) $\sqrt[3]{500} = 7{,}937005\ldots.$ 298) $\sqrt[3]{907} = 9{,}67986\ldots.$
299) $\sqrt[3]{1218} = 10{,}67945\ldots.$ 300) $\sqrt[3]{42082} = 34{,}7828\ldots.$

§. 22.

c) Kubik-Wurzeln aus Decimal-Brüchen.

Entweder sind die Decimal-Brüche gemischt oder ungemischt, daher gibt es zwei Hauptfälle, nämlich:

a) Ist aus einem Decimal-Bruche ohne Ganze, also aus einem ungemischten Decimal-Bruche die Kubik-Wurzel auszuziehen, so verfahre man nach folgenden Regeln:

α) Man setze in der Wurzel an die Stelle der Ganzen eine Null und mache rechts darneben ein Komma.

β) Ferner hänge man den Decimal-Stellen rechts eine oder zwei Nullen an, so daß die Anzahl der Decimal-Stellen durch 3 theilbar *) ist, und theile den Decimal-Bruch in Klassen ab.

γ) Endlich wird die Kubik-Wurzel wie aus einer ganzen Zahl ausgezogen.

* Will man die Wurzel noch genauer d. h. mit noch mehr Decimal-Stellen bestimmen, so hänge man dem letzten Reste eine Klasse Nullen an und verfahre auf die bisher gezeigte Weise.

*) Ist die Anzahl der Decimal-Stellen schon zum Voraus mit 3 theilbar, d. h. enthält der Decimal-Bruch 3, 6, 9 rc. Decimal-Stellen, so fällt diese Regel weg.

b) Ist aus einem Decimal-Bruche mit Ganzen, also aus einem **gemischten** Decimal-Bruche die Kubik-Wurzel auszuziehen, so verfahre man nach folgenden Regeln:

α) Wenn die Anzahl der Decimal-Stellen nicht durch 3 theilbar *) ist, so hänge man dem Decimal-Bruche rechts eine oder zwei Nullen an, so daß die Anzahl der Decimal-Stellen durch 3 theilbar werde, ferner theile man den ganzen Decimal-Bruch d. i. die Decimal-Stellen und die Ganzen von der Rechten zur Linken in Klassen ab.

* Auf diese Weise wird ein Theilstrich mit dem Komma zusammenfallen.

β) Hierauf wird die Kubik-Wurzel wie aus einer ganzen Zahl ausgezogen und in der gefundenen Wurzel werden von der Rechten zur Linken so viele Decimal-Stellen abgeschnitten, als Decimal-Klassen vorhanden sind.

* Will man die Wurzel noch genauer d. h. mit noch mehr Decimal-Stellen bestimmen, so hänge man dem letzten Reste einer Klasse Nullen an und verfahre auf die bisher gezeigte Weise.

Anmerkung. Vorstehende Regeln kann man auch in eine einzige zusammenfassen, nämlich: Ist aus einem gegebenen Decimal-Bruche die Kubik-Wurzel auszuziehen, so verfahre man wie bei ganzen Zahlen, nur muß man die Abtheilung der Ziffern in Klassen **allemal beim Komma anfangen und nach rechts und links abtheilen**; im Falle die Anzahl der Decimal-Stellen nicht durch 3 theilbar ist, müssen rechts eine oder zwei Nullen angehängt werden, damit die Anzahl der Decimal-Stellen durch 3 theilbar werde; endlich werden zuletzt in der gefundenen Wurzel so viele Decimal-Stellen abgeschnitten, als Decimal-Klassen der gegebene Bruch hat.

Erläuterungsbeispiele ad a)

I) Soll aus 0,274625 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$$\begin{array}{rcl} & & \sqrt[3]{0|274|625} = 0,65 \\ a^3 & = & 216 \quad\quad\quad\quad \text{a b} \\ & & \overline{\quad 58625} \\ 3a^2 & = & (:108).. \\ 3a^2b & = & 540.. \\ 3ab^2 & = & 450. \\ b^3 & = & 125 \\ \hline 3a^2b + 3ab^2 + b^3 & = & 58625 \\ \text{Rest} & = & 0 \end{array}$$

* Es ist 0,65 genau die $\sqrt[3]{0,174625}$

*) d. h. Wenn die Anzahl der Decimal-Stellen nicht 3, 6, 9 rc. ist.

II) Soll aus 0,02876 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$\sqrt[3]{0,|028|760} = 0,30638\ldots$

$a^3 = 27$

1760

$3a^2 = (:27)\ldots$

1760000

$3a^2 = (:2700)\ldots$

$3a^2b = 16200\ldots$

$3ab^2 = 3240.$

$b^3 = 216$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 1652616$

107384000

$3a^2 = (:280908)\ldots$

$3a^2b = 842724\ldots$

$3ab^2 = 8262.$

$b^3 = 27$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 84355047$

23028953000

$3a^2 = (:28145907)\ldots$

$3a^2b = 225167256\ldots$

$3ab^2 = 588096.$

$b^3 = 512$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 22522607072$

Rest $= 506345928$

* Es sind 0,3 und 0,306 und 0,3063 und 0,80638 Annäherungswerthe von $\sqrt[3]{0,02876}$.

Anmerk. 1. Die Richtigkeit des Verfahrens wird einleuchten, wenn man den Decimal-Bruch in einen gemeinen Bruch verwandelt und sodann die Wurzel aus dem Zähler und Nenner auszieht, z. B.

$$\sqrt[3]{0,274625} = \sqrt[3]{\frac{274625}{1000000}} = \frac{\sqrt[3]{274625}}{\sqrt[3]{1000000}} = \frac{65}{100} = 0,65.$$

Anmerk. 2. Bei allen solchen Beispielen ergibt sich, daß die Wurzeln größere Brüche werden, als die Kuben waren, was ganz natürlich ist, indem ein Bruch immer kleiner wird, zu je höherer Potenz man ihn erhebt.

Erläuterungsbeispiele ad b)

I) Soll aus 70,957944 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$$\sqrt[3]{70,|957|944} = 4,14$$

$$a^3 = 64$$

$$6957 \qquad a\ b.$$

$3a^2$	$=$	$(:48)..$
$3a^2b$	$=$	$48..$
$3ab^2$	$=$	$12.$
b^3	$=$	1
$3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$=$	4921
		2036944
$3a^2$	$=$	$(:5043)..$
$3a^2b$	$=$	$20172..$
$3ab^2$	$=$	$1968.$
b^3	$=$	64
$3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$=$	2036944
Rest	$=$	0

* Es ist 4,14 genau die $\sqrt[3]{70,957944}$.

II) Soll aus 6,4 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$$\sqrt[3]{6,|400} = 1,85....$$

$$a^3 = 1$$

$$5400 \qquad a\ b.$$

$3a^2$	$=$	$(:3)$
$3a^2b$	$=$	24
$3ab^2$	$=$	192
b^3	$=$	512
$3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$=$	4832
		568000
$3a^2$	$=$	$(:972)$
$3a^2b$	$=$	4860
$3ab^2$	$=$	1350
b^3	$=$	125
$3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$=$	499625
Rest	$=$	68375

* Es sind 1,8 und 1,85 Näherungswerthe von $\sqrt[3]{6,4}$; wollte man diese Näherungswerthe weiter fortsetzen, so bekäme man 1,85663553 ....

III) Soll aus 3,45 die Kubik-Wurzel ausgezogen werden, so verfahre man den aufgestellten Regeln gemäß also:

$$\sqrt[3]{3,|450} = 1,51102\ldots$$

$a^3 = 1$ a b . . . .

$\overline{2}450$ a b . . .

$3a^2 = (:3)\ldots$ a b . .

$3a^2b = 15\ldots$ a b .

$3ab^2 = 75.$ a b

$b^3 = 125$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 2375$

75000

$3a^2 = (:675)\ldots$

$3a^2b = 675\ldots$

$3ab^2 = 45.$

$b^3 = 1$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 67951$

7049000

$3a^2 = (:68403)\ldots$

$3a^2b = 68403\ldots$

$3ab^2 = 453.$

$b^3 = 1$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 6844831$

204169000

$3a^2 = (:6849363)\ldots$

204169000000

$3a^2 = (:684936300)\ldots$

$3a^2b = 1369872600\ldots$

$3ab^2 = 181320.$

$b^3 = 8$

$3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 136989073208$

Rest $= 67179926792$

* Es sind 1,5 und 1,51 und 1,511 und 1,51102 Näherungswerthe von $\sqrt[3]{3,45}$.

Anmerkung. Wenn Decimal-Brüche mit denselben Ziffern in derselben Ordnung geschrieben sind, so bleiben auch die Ziffern der Wurzel dieselben, sobald immer die nämlichen Ziffern in eine und dieselbe Klasse zu stehen kommen. So z. B.

$$\sqrt[3]{107918163,081} = 476,1$$
$$\sqrt[3]{107918,163081} = 47,61$$
$$\sqrt[3]{107,918163081} = 4,761$$
$$\sqrt[3]{107918163081} = 4761; \text{ aber}$$
$$\sqrt[3]{10791,8163081} = 22,098\ldots$$

Uebungsbeispiele.

301) $\sqrt[3]{0,9} = 0,96548\ldots$ 302) $\sqrt[3]{0,69} = 0,88365\ldots$

303) $\sqrt[3]{0,05} = 0,368403\ldots$ 304) $\sqrt[3]{0,07} = 0,41212\ldots$

305) $\sqrt[3]{0,005674} = 0,17835\ldots$ 306) $\sqrt[3]{0,0002} = 0,05848\ldots$
307) $\sqrt[3]{0,082312875} = 0,435.$ 308) $\sqrt[3]{0,003148} = 0,14655\ldots$
309) $\sqrt[3]{4,096} = 1,6.$ 310) $\sqrt[3]{5,616} = 1,77749\ldots$
311) $\sqrt[3]{12,167} = 2,3.$ 312) $\sqrt[3]{59,319} = 3,9.$
313) $\sqrt[3]{175,616} = 5,6.$ 314) $\sqrt[3]{102,875} = 4,68565\ldots$
315) $\sqrt[3]{1291,467969} = 10,89.$ 316) $\sqrt[3]{31907,5816} = 31,717\ldots$

§. 23.

d) Kubik-Wurzeln aus gemeinen Brüchen.

Aus einem gemeinen Bruche wird die Kubik-Wurzel dadurch ausgezogen, daß man sie aus dem Zähler sowohl, als auch aus dem Nenner auszieht; die Wurzel aus dem Zähler gibt den Zähler und die Wurzel aus dem Nenner gibt den Nenner desjenigen Bruches, welcher die verlangte Wurzel ausdrückt. Ist der gemeine Bruch ein gemischter, so muß er vorerst eingerichtet werden. Weil aber meistens der Fall eintritt, daß entweder der Zähler oder der Nenner oder beide zugleich irrationale Zahlen sind, so beobachte man, um sich die Arbeit zu erleichtern, folgende Regeln:

a) Ist der Zähler irrational, der Nenner aber rational, so ziehe man aus dem Zähler die Kubik-Wurzel annäherungsweise bis auf so viele Decimal-Stellen aus, als es die Genauigkeit der Aufgabe erfordert und dividire die Wurzel des Zählers durch die Wurzel des Nenners.

b) Ist der Zähler rational, der Nenner aber irrational, oder sind Zähler und Nenner irrational, so kann man den Nenner dadurch rational machen, daß man Zähler und Nenner mit dem Quadrate des Nenners multiplicirt, wornach wieder wie vorher (sub a) verfahren wird.

Oder man kann vorstehende zwei Regeln in eine einzige zusammenfassen und in Kürze also geben: Man verwandle den gemeinen Bruch in einen Decimal-Bruch und ziehe aus diesem die Kubik-Wurzel aus.

Erläuterungsbeispiele.

I) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{3}{5}$

II) $\sqrt[3]{11\frac{25}{64}} = \sqrt[3]{\frac{729}{64}} = \frac{\sqrt[3]{729}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{9}{4} = 2^1/_4$

III) $\sqrt[3]{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} = \frac{1{,}91293}{2} = 0{,}956465.$

IV) $\sqrt[3]{9\frac{15}{64}} = \sqrt[3]{\frac{591}{64}} = \frac{\sqrt[3]{591}}{4} = \frac{8{,}39194}{4}$ $2{,}097985.$

V) $\sqrt[3]{\frac{27}{34}} = \sqrt[3]{\frac{27 \times 34^2}{34 \times 34^2}} = \frac{\sqrt[3]{31212}}{34} = \frac{31{,}48559}{34} = 0{,}92605.$

VI) $\sqrt[3]{\frac{16}{21}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 21^2}{21 \times 21^2}} = \frac{\sqrt[3]{7056}}{21} = \frac{19{,}18018}{21} = 0{,}91334.$

VII) $\sqrt[3]{28\frac{3}{5}} = \sqrt[3]{\frac{143}{5}} = \sqrt[3]{\frac{143 \times 5^2}{5 \times 5^2}} = \frac{\sqrt[3]{3575}}{5} = \frac{15{,}29063}{5} = 3{,}05812\ldots.$

VIII) $\sqrt[3]{3/4} = \sqrt[3]{0{,}75} = 0{,}908\ldots.$

IX) $\sqrt[3]{2/3} = 0{,}66666\ldots. = 0{,}873\ldots.$

X) $\sqrt[3]{4\,3/8} = \sqrt[3]{4{,}375} = 1{,}63\ldots.$

Anmerkung. Bei der Ausziehung der Kubik-Wurzeln aus unendlichen oder periodischen Decimal-Brüchen hat man bei fortgesetzter Ausziehung niemals nöthig, Nullen anzuhängen, sondern man hängt die Ziffern in der Ordnung klassenweise an, nach deren Gesetz der Decimal-Bruch fortläuft.

Uebungsbeispiele.

317) $\sqrt[3]{5/8} = 0{,}85497\ldots.$ 318) $\sqrt[3]{3/16} = 0{,}5723\ldots.$

319) $\sqrt[3]{29/32} = 0{,}96759\ldots.$ 320) $\sqrt[3]{5/14} = 0{,}70949\ldots.$

321) $\sqrt[3]{4\,1/2} = 1{,}6509.$ 322) $\sqrt[3]{28\,1/4} = 3{,}0455\ldots.$

323) $\sqrt[3]{15\,2/3} = 2{,}50222.$ 324) $\sqrt[3]{(387 - 5\,7/8)} = 7{,}25029725.$

325) $\sqrt{(\sqrt[3]{29})} = 1{,}7528\ldots.$ 326) $6\sqrt[3]{(\sqrt{88})} = 12{,}6541\ldots.$

Praktische Beispiele.

a) Ueber Ausziehung der Quadrat-Wurzeln.

327) Wie groß ist die Seite *) eines quadratförmigen Platzes von 101283,0625 □'?

Antw. 318,25 Fuß.

328) Von einem rechtwinklichen Dreiecke ist die eine Kathete **) = 75,5' und die andere Kathete = 96,8'; wie groß ist die Hypothenuse?

Antw. 122,76.... Fuß.

---

*) Die Anmerkung zu Nro. 162 enthält die Formel für den Flächeninhalt eines Quadrates; es ist nämlich

$$q = a^2$$
$$\text{also } a = \sqrt{q}$$

**) In der Anmerkung zu Nr. 105 ist erklärt, was unter Kathete und was unter Hypothenuse zu verstehen sei. Die Hypothenuse hat die merkwürdige, von Pythagoras entdeckte Eigenschaft, daß ihr Quadrat gleich ist der Summe der Quadrate der beiden Katheten, d. h. wenn man über die Hypothe-

329) Von einem Quadrate ist eine Seite = 206,125 Fuß, wie groß ist die Diagonale *) dieses Quadrates?

Antw. 291,5047.... Fuß.

330) Von einem Rechtecke ist die Länge = 136,75 Fuß und die Diagonale **) = 189,25 Fuß; wie breit ist dieses Rechteck?

Antw. 130,824.... Fuß.

331) Eine Wiese hat die Form eines Quadrates und enthält 168216 □'; wie groß ist der Umfang ***) dieser Wiese.

Antw. 1640,56.... Fuß.

---

nuse und über jede der beiden Katheten Quadrate construirt (zeichnet), so sind die beiden Quadrate der Katheten zusammen so groß als das Quadrat über der Hypothenuse. Oder wenn man die Hypothenuse und die beiden Katheten mit einerlei Maß mißt und jedes dieser Maße (in Zahlen ausgedrückt) quadrirt, so ist das Quadrat der Hypothenuse gleich der Summe der Quadrate der beiden Katheten. Ist in Fig. 9 die eine Kathete AC = a, die andere Kathete BC = b und die Hypothenuse AB = c, so ist

$$c^2 = a^2 + b^2, \text{ woraus}$$
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Ist z. B. a = 3, b = 4 und c = 5, so ist

$$5^2 = 3^2 + 4^2, \text{ oder}$$
$$25 = 9 + 16.$$

Dieß gilt auch von dem Gleichvielfachen dieser Zahlen; denn z. B.

$$(5 \times 10)^2 = (3 \times 10)^2 + (4 \times 10)^2, \text{ weil}$$
$$50^2 = 30^2 + 40^2, \text{ oder}$$
$$2500^2 = 900 + 1600.$$

Von diesem Zahlenverhältnisse wird in der Praxis häufig Gebrauch gemacht. Will man z. B. auf einem Bauplatze schnell einen rechten Winkel bilden, so werden 3 Latten von 3, 4 und 5 Fuß zu einem Dreiecke zusammengelegt. Allein es gibt auch noch andere Zahlen, die in ihrer Verbindung jedesmal ein rechtwinkliches Dreieck geben, als 6, 8 und 10, deßgleichen 9, 12 und 15 2c.

*) In der Anmerkung zu Nr. 105 ist erklärt, was unter Diagonale zu verstehen sei. Ist in Fig. 11 die Seite AB = a und die Diagonale BC = d, so ist

$$d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2}$$
$$= a\sqrt{2} = 1{,}41421356 \times a.$$

**) Ist in Fig. 13 die Länge AB = b und die Diagonale BC = d, so ist die Breite AC oder

$$a = \sqrt{d^2 - b^2}.$$

***) Die Anmerkung zu Nro. 162 enthält die Formel für den Flächeninhalt eines Quadrates aus einer Seite, wo

332) Ein Belustigungsplatz hat die Form eines Kreises *) und hält 94024,706968 □ Ruthen; wie groß ist der Durchmesser dieses Kreises?

Antw. 346 Ruthen.

333) Die Grundfläche eines runden Thurmes beträgt 3959,1888 □′; wie groß ist der Radius **) dieser Grundfläche?

Antw. 35,5 Fuß.

334) Von einem ungleichseitigen Dreiecke sind die drei Seiten gemessen, wovon a = 104′, b = 120,5′ und c = 132′; wie groß ist der Flächeninhalt ***) dieses Dreieckes?

Antw. 5945,58.... □′.

335) Ein senkrechter †) Kegel ist 4,8 Fuß hoch und der Ra-

$$q = a^2$$

$$\text{daher } a = \sqrt{q}$$

Ist eine Seite eines Quadrates (105) gefunden, so gibt das Vierfache derselben den Umfang oder

$$u = 4a.$$

*) Die Anmerkung zu Nro. 169 enthält die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises aus dem Durchmesser, wo

$$q = \frac{d^2\pi}{4} = 0{,}785398 \times d^2$$

$$\text{also } d = 2\sqrt{\frac{q}{\pi}} = 1{,}128379 \times \sqrt{q}.$$

**) Die Anmerkung zu Nro. 169 enthält auch die Formel für den Flächeninhalt eines Kreises aus dem Radius, wo

$$q = r^2\pi = 3{,}14159 \times r^2$$

$$\text{also } r = \sqrt{\frac{q}{\pi}} = 0{,}564189 \times \sqrt{q}.$$

***) Ist in Fig. 8 die Dreieckseite AB = a, BC = b und AC = c, so ist der Flächeninhalt oder

$$q = \tfrac{1}{4}\sqrt{(a + b + c) \cdot (b + c - a) \cdot (a + c - b) \cdot (a + b - c)}.$$

Vorstehende Dreiecksformel kann man vereinfachen und für die Praxis bequemer machen; denn setzt man a + b + c = s, so ist $\frac{a + b + c}{2} = \tfrac{1}{2}$ s. Nun aber ist

$$q = \tfrac{1}{4}\sqrt{(a + b + c) \cdot (b + c - a) \cdot (a + c - b) \cdot (a + b - c)}$$

$$= \sqrt{\frac{(a + b + c) \cdot (b + c - a) \cdot (a + c - b) \cdot (a + b - c)}{16}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{a + b + c}{2}\right) \cdot \left(\frac{a + c - a}{2}\right) \cdot \left(\frac{a + c - b}{2}\right) \cdot \left(\frac{a + b - c}{2}\right)}$$

$$\text{also } q = \sqrt{\tfrac{1}{2}s \cdot (\tfrac{1}{2}s - a) \cdot (\tfrac{1}{2}s - b) \cdot (\tfrac{1}{2}s - c)}.$$

†) In der Anmerkung zu Nro. 137 ist erklärt, was ein senkrechter Kegel sei. Aus dem Radius (r) der Grundfläche und aus der Höhe (h) eines senkrechten Kegels ist die Gesammtoberfläche oder

$$O = r\pi\,(r + \sqrt{h^2 + r^2})$$

dius der Grundfläche beträgt 0,9 Fuß; wie groß ist die Gesammtoberfläche dieses Kegels?

Antw. 16,35 □' oder genauer 16,352781984 □'.

336) Es soll auf einer Ebene ein Platz abgesteckt werden von 3 bayer. Tagw. 28 Dez. *) und zwar a) einmal als Kreis **) und b) das andere Mal als Quadrat. ***) Es ist nun die Frage: Ad a) Wie lange ist die Peripherie des Kreises? Ad b) Wie lange ist der Umfang des Quadrates? (beide Längen im bayer. Fußmaße ausgedrückt.)

Antw. Ad a) 1284,019 bayer. Fuß.
Ad b) 1448,86 " "

337) Die Oberfläche einer Kugel hält 4300,83671 □'; wie groß †) ist a) der Umfang, b) der Radius und c) der Durchmesser dieser Kugel?

Antw. Ad a) 116,239 Fuß.
Ad b) 18,5 "
Ad c) 37 "

---

*) Wie viel das bayerische Tagwerk Quadrat-Schuh enthalte und wie die Decimalen in Quadrat-Schuh zu verwandeln seien, findet sich in Einsle's Maßzusammenstellung auf Seite 49 und 53.

**) In der Anmerkung zu Nro. 169 ist die Formel aufgestellt, nach welcher der Flächeninhalt eines Kreises aus der Peripherie berechnet werden kann, nämlich

$$q = \frac{p^2}{4\pi}$$

$$\text{also } p = 2\sqrt{q\pi} = 3{,}544908 \times \sqrt{q}.$$

***) In der Anmerkung zu Nro. 162 ist die Formel enthalten für den Flächeninhalt eines Quadrates aus einer Seite, nämlich

$$q = a^2$$

$$\text{also } a = \sqrt{q}.$$

Ist eine Seite eines Quadrates (105) gefunden, so gibt das Vierfache derselben den Umfang oder

$$u = 4a$$

†) Aus dem Umfange (p) einer Kugel ist die Oberfläche (o) oder

$$o = \frac{p^2}{\pi} = 0{,}318310 \times p^2$$

$$\text{also } p = \sqrt{o\pi} = 1{,}7724554 \times \sqrt{o}.$$

Aus dem Radius (r) einer Kugel ist die Oberfläche (o) oder

$$o = 4r^2\pi = 12{,}566370 \times r^2$$

$$\text{also } r = \sqrt{\frac{o}{4\pi}} = 0{,}282095 \times \sqrt{o}.$$

Aus dem Durchmesser (d) einer Kugel ist die Oberfläche (o) oder

$$o = d^2\pi = 3{,}14159 \times d^2$$

$$\text{also } d = \sqrt{\frac{o}{\pi}}\ 0{,}564189 \times \sqrt{o}.$$

b) Ueber Ausziehung der Kubik-Wurzeln.

338) Ein Kubus (Würfel) hat einen Rauminhalt von 7414,875 c'; wie groß ist eine Kante *) desselben?

Antw. 19,5 Fuß.

339) Wie groß ist die Oberfläche **) eines Würfels von 3723,875 c' Rauminhalt?

Antw. 1441,5 □'

340) Ein Würfel hat eine Kante von 28,5 Fuß; wie groß ist die Kante eines Würfels von doppelt so großem Inhalt?

Antw. 35,9 Fuß oder genauer 35,90775.... Fuß.

341) Ein eiserner Würfel wiegt 172 ℔. (bayer. Gewicht); wie groß ist eine Kante dieses Würfels, wenn 1 Kubik-Fuß Eisen 3 Centner 54 ℔. ***) wiegt?

Antw. 0,79.... Fuß oder genauer 0,7861554.... Fuß.

342) Ein Würfel von Blei hat ein absolutes Gewicht von 45 ℔. (bayer. Gewicht) und das specifische †) Gewicht des Bleies ist = 11,31; wie groß ist eine Kante dieses Würfels?

Antw. 0,45 Fuß oder genauer 0,4475133.... Fuß.

---

*) In der Anmerkung zu Nro. 170 ist die Formel enthalten, nach welcher der Rauminhalt eines Kubus aus einer Seitenlinie oder Kante berechnet werden kann, nämlich:

$$v = a^3$$

$$\text{also } a = \sqrt[3]{v}.$$

**) Die Oberfläche (o) eines Würfels aus seinem Rauminhalte (v) läßt sich nach folgender Formel berechnen, nämlich:

$$o = 6\sqrt[3]{v^2}.$$

***)
$$\begin{array}{l} 354 \text{ ℔} = 1 \text{ c}' \\ 172 \text{ ℔} = x \text{ c}' \\ \hline 354 : 172 = 1 : x \end{array}, \quad \text{woraus } x = \frac{172}{354} \text{ c}';$$

$$\text{also } a = \sqrt[3]{\frac{172}{354}}$$

†) Belehrung über absolutes und specifisches Gewicht findet sich in Einsle's Maßzusammenstellung auf Seite 109—119.

Die Anmerkung zu Nro. 220 enthält die hieher gehörige Formel, nämlich:

$$a = s \cdot v \cdot \text{℔}$$

$$\text{also } v = \frac{a}{s \cdot \text{℔}}$$

343) Der körperliche Inhalt*) einer Kugel ist = 3486,259 c′; wie groß ist a) der Radius, b) der Durchmesser und c) der Umfang dieser Kugel?

Antw. Ad a) 9,406.... Fuß.
Ad b) 18,812 „
Ad c) 59,102.... „

344) Der Rauminhalt einer Kugel ist = 8540,786 c′; wie groß ist die Oberfläche **) derselben?

Antw. 2020,61.... □′.

345) Es bestehe in Würtemberg eine 24pfündige ***) Kugel aus Gußeisen, dessen specifisches Gewicht = 7,113 ist; wie groß ist der Durchmesser dieser Kugel?

Antw. 0,5 würt. Fuß, oder genauer 0,5041964.... würt. Fuß.

346) Eine Kugel von Blei hat ein absolutes Gewicht von 3850 ℔. (bayer. Gewicht) und das specifische Gewicht dieses Bleies sei = 11,875; wie groß ist der Umfang dieser Kugel?

Antw. 7,56 bayer. Fuß oder genauer 7,562207.... b. Fuß.

347) Es soll eine Cisterne von gleicher Länge, Breite und Tiefe der Art ausgemauert werden, daß sie 9800 bayer. Eimer à 60 Maß Wasser aufnehmen kann. Die bayer. Maß (Maßkanne) hält 43 bayer. Kubik-Zoll (dec.); es ist nun die Frage: Wie lang, breit und tief muß die Lichtweite dieser Cisterne werden?

Antw. 29,4 bayer. Fuß oder genauer 29,35049.... b. Fuß.

---

*) In der Anmerkung zu Nro. 175 ist der Kubik-Inhalt (v) einer Kugel aus dem Radius (r) oder

$$v = \frac{4 r^3 \pi}{3}$$

$$\text{also } r = \sqrt[3]{\frac{3v}{4\pi}} = 0{,}620350 \times \sqrt[3]{v}$$

$$\text{Ferner ist } v = \frac{d^3 \pi}{6}$$

$$\text{also } d = \sqrt[3]{\frac{6v}{\pi}} = 1{,}240701 \times \sqrt[3]{v}$$

$$\text{Endlich ist } v = \frac{p^3}{6\pi^2}$$

$$\text{also } p = \sqrt[3]{6\pi^2 v} = 3{,}897777 \times \sqrt[3]{v}.$$

**) Es ist die Oberfläche (o) einer Kugel aus ihrem Raum-Inhalt (v) oder

$$o = \sqrt[3]{36 v^2 \pi} = 4{,}835976 \times \sqrt[3]{v^2}$$

***) Nun aber ist 1 würt. Kubik-Fuß destillirten Wassers = 50,276 ℔. (würtemb. Gewicht), daher erhält man, wenn diese Größe in Rechnung gebracht wird, den Durchmesser im würtemb. Fuß-Maße.

Schlußbemerkungen.

I.

Nach §. 2 des bayerischen Grundsteuer-Gesetzes vom 15. Aug. 1828 ist die Grundsteuer eine direkte Staatsauflage vom Grund und Boden und wird aus dem **Flächeninhalte** und der natürlichen *) **Ertragsfähigkeit** der Grundstücke abgeleitet.

Der **Flächeninhalt** der Grundstücke wird durch eine allgemeine genaue Parzellar-Messung **) und Berechnung gefunden. Hiebei ist der bayerische Fuß zu 129,38 alten ***) Pariser Linien bei + 13° Réaumur angenommen. Dieser so gesetzlich bestimmte bayerische Normal-Fuß in 5000 Theile getheilt ist der allgemein angewandte Maßstab bei der allgemeinen Landesvermessung; jedoch Städte, größere Dörfer und ganze Parthien von sehr kleinem Detail werden nach Gutbefinden der Kataster-Stelle im 2500theiligen oder in noch größerem Maßstabe aufgenommen. Ein Aufnahms- oder Meßtischblatt (Detail-Blatt) dieser Vermessung bildet ein Quadrat, dessen Seite 8000 Fuß †) Länge hat. Ein solches Quadrat oder Blatt enthält demnach 64 000 000 □' oder 1600 bayerische Tagwerk à 40000 □'. Zum Behufe der Flächenberechnung wird das Detail-Blatt in 16 gleiche Quadrate getheilt, deren jedes

---

*) Im Gegensatze einer erkünstelten Ertragsfähigkeit.

**) Im Königreiche Bayern finden zweierlei Vermessungen statt, nämlich eine allgemeine Landesvermessung zum Behufe einer gleichmäßigen Grundbesteuerung und eine topographische Vermessung zur Gewinnung eines militärisch-topographischen Atlasses. Jene Vermessung leitet die königliche Steuer-Kataster-Commission, diese das topographische Bureau des königlichen General-Quartiermeister-Stabs.

***) Das Prädikat alt für den Pariser Fuß ist kein Pleonasmus; denn es gibt auch einen neuen Pariser Fuß, indem der dritte Theil des Meters (1/3 Meter) auch Fuß oder pied usuel genannt wird. Es wird dieser neue Pariser Fuß auch in 12 Zoll und der Zoll in 12 Linien getheilt; jedoch ist dieser neue Pariser Fuß nur bei französischen Gewerbsleuten im Gebrauche, dagegen wird in gelehrten Abhandlungen ꝛc. entweder der alte Pariser Fuß (pied du Roi) oder der Meter (mètre) mit seinen Ober- und Unterabtheilungen angewendet.

†) Die 8000 verjüngten Fuß geben eine wirkliche Länge von 1,6 Fuß; denn 5000 : 8000 = 1 : x, woraus x = 1,6 (Fuß) d. h. jede Quadrat-Seite eines Detail-Blattes ist genau 1 Fuß 6 Zoll (dec.) lang. Die Diagonale dieses Quadrates, nämlich eines Detail-Blattes, hält 11313,708 (verjüngte) Fuß; denn Diagonale $= \sqrt{8000^2 + 8000^2}$.

Die Blätter des topographischen Atlasses sind keine Quadrate, sondern Recht-Ecke (Seite 34), bei welchen die Länge 137052,44 und die Höhe 85657,72

100 Tagewerk enthält. Aus den durch die Parzellar- oder allgemeine Landes-Vermessung erhaltenen Detail-Blättern werden über jede Gemeinde drei Pläne

---

bayerische Fuß beträgt. Ein solches Blatt enthält demnach einen Flächenraum von 11739599530,8368 □' oder 293489,98 bayerische Tagwerk à 40000 □'. Der Maßstab bei diesen Blättern ist der 50000theilige und das Achsenverhältniß $^1/_{305}$. Demnach verhält sich der Durchmesser des Erd-Aequators zur Erd-Achse wie 306 : 305; wenn man nämlich den Durchmesser des Erd-Aequators in 306 gleiche Theile getheilt denkt, so enthält die Erdachse nur 305 solche Theile und diesen Unterschied nennt man das Achsenverhältniß. Hiebei ist zu bemerken, daß dieses Achsenverhältniß verschieden angenommen und angewendet wird, so z. B. ist für die allgemeine Landesvermessung das Achsenverhältniß 335 : 334 angenommen worden (Henry).

Für beide Vermessungen ist dieselbe Grundlinie (Basis) angenommen worden. Diese Basis wurde im Jahre 1801 von dem Ingenieur-Gèographe Bonne (dem von Seite Bayerns der Oberst Riedl beigegeben war) in nordöstlicher Richtung von München nach Aufkirchen bei Erding gemessen. Das gemessene Stück von der steinernen Pyramide unterhalb Oberföhring bei St. Emeran bis zur Pyramide bei Aufkirchen beträgt auf die Meeresfläche reducirt 74192,62 bayer. Fuß. Das Stück vom nördlichen Frauenthurm zu München bis zur Pyramide bei Oberföhring beträgt 22088,55 bayer. Fuß und endlich das Stück von der Pyramide bei Aufkirchen bis zum Thurme daselbst beträgt 1358,12 bayer. Fuß; also ist die ganze Basis, deren Endpunkte der nördliche Frauenthurm zu München und der Thurm zu Aufkirchen bilden, eine Länge von 97639,29 bayer. Fuß auf der Meeresfläche. Die Correktion für die ganze Basis nach thermometrischen und hygrometrischen Beobachtungen machte + 1,174 und — 0,472 bayer. Fuß, also zusammen + 0,702 b. Fuß. Als Normal-Temperatur wurde + 13° Réaumur angenommen. Die Messung selbst wurde begonnen am 25. August 1801 und vollendet am 2. November desselben Jahres; sie geschah mit 5 hölzernen Stangen, wovon jede 5 Mètres lang, verhältnißmäßig stark und an beiden Enden mit Kupfer beschlagen war. Diese Stangen wurden sehr gut mit Oel getränkt, um den Einfluß der Feuchtigkeit abzuhalten, und so construirt, daß sie nach keiner Seite sich werfen konnten.

Die Länge dieser fünf aneinander gelegten Stangen (Portée genannt) wurde unter jeder Veränderung äußerer Einflüsse der Temperatur nach Réaumur gemessen und diese Resultate von halb zu halb Grad tabellarisch zusammengestellt, um während der Messung bei jedem vorkommenden Temperatur-Grade die Verlängerung oder Verkürzung der 5 Stangen über und unter 13° für jede Lage (Portée) aus der Tabelle in das Messungs-Protokoll eintragen und endlich bei der Schlußrechnung die gesammte Länge der Basis auf + 13° Réaumur reduciren zu können. Um die Richtigkeit der Messung zu sichern, wurde mittelst dreifüßiger Stühle, worauf dicke abgehobelte Bohlen leicht zusammengefügt gelegt wurden, eine fünfzig Mètres lange Brücke errichtet, welche durch die Spindelschrauben der Stühle leicht horizontal zu stellen war. Auf dieser Grundlage wurden die 5 Stangen stets in derselben Reihenfolge in der bezeichneten Linie ohne Zwischenraum aneinander gelegt. Ein Senkblei, das von

hergestellt, nämlich 1) ein nummerirter für das königliche Rentamt, 2) ein solcher für die Gemeinde (der beim Gemeindevorsteher hinterlegt ist) und 3) ein nicht nummerirter Plan, in welchem alle Veränderungen durch den Bezirksgeometer nachgetragen werden. Dieser letztere Plan heißt Umschreibplan. Die

---

der ersten Stange auf einen unterlegten Gegenstand einspielte, und, um gegen den Einfluß des Windes gesichert zu sein, durch einen hohlen Zylinder hing, zeigte die kleinste jedesmal leicht zu corrigirende Verrückung an, wenn sich durch das Aneinanderstoßen der Stangen eine Erschütterung ergab. Nach Legung einer jeden Portée wurden die hintersten Stangen nach und nach abgenommen und vorne auf der Bahnverlängerung nach angezeigter Art wieder angelegt. War die ganze Lage wieder neu hergestellt, so wurde der leer gewordene Theil der Brücke abgetragen und in der vordern Richtung wieder angesetzt. Als Resultat dieser Messung nach zweifach vorgenommener Verification ergab sich für die ganze Basis, wie sie noch gegenwärtig an ihren beiden Endpunkten mit Pyramiden bezeichnet ist, die Länge von 866,1486 Portées. Da nun in Folge vorausgegangener Erfahrung die definitive Länge einer Portée bei + 13° R. zu 25,00075 Mètres gefunden wurde, so beträgt die Gesammtlänge der gemessenen Basis 25,00075 × 866,1486 = 21654,36461145 Mètres oder 74194,55735 bayer. Fuß (nicht corrigirt und noch nicht auf die Meeresfläche reducirt). Das Vermessungs-Protokoll nebst einer sehr schön colorirten Zeichnung findet sich bei der königlichen Steuer-Kataster-Commission zu München.

Auf diese Basis hin wurde die Triangulirung gegründet und Dreieck an Dreieck gereiht bis Nürnberg, wo im Jahre 1807 vom Professor Schiegg und Steuerrath Lämle eine berechnete Dreiecksseite auch wirklich gemessen wurde. Die Endpunkte dieser Controll-Basis waren die Thürme St. Johann bei Nürnberg und der Thurm zu Bruck (nordwestlich von Nürnberg). Die Länge dieser Basis betrug 47271,2946 bayer. Fuß corrigirt und auf die Meeresfläche reducirt. Die Differenz zwischen der zum Voraus berechneten und alsdann gemessenen Linie betrug nur 1,05 bayerische Fuß, obgleich nicht in gerader Linie fortgemessen werden konnte, sondern wegen der dazwischengelegenen Häuser 3mal ausgebogen werden mußte. Die Differenz war demnach auf die Entfernung von circa 50 Stunden von der Haupt- oder Ur-Basis der Art gering, daß man mit vollem Vertrauen auf die Ur-Basis hin weiter fort trianguliren konnte. Auch der Anschluß an die würtembergische Triangulirung diente der bayerischen zur Controll; denn die gemeinschaftliche Dreiecksseite Roggenburg — Aenger gab einen Unterschied von nur 0,383 bayer. Fuß (siehe das Lehrbuch der praktischen Geometrie von Friedr. Proß, Stuttgart 1838 auf Seite 242 und 308.)

Endlich ist zur Vermessung der bayerischen Rhein-Provinz eine eigene Basis im Jahre 1819 durch den königlichen Steuerrath Lämle von Speier in nördlicher Richtung nach Oggersheim gemessen worden. Die Länge dieser Basis ist = 67823,546 bayer. Fuß bei 13° R. auf der Meeresfläche. Der Indifferenz-Punkt für diese Vermessung ist in Mannheim angenommen worden.

Obgleich in Bayern für beide Vermessungen dieselbe Basis angenommen worden ist, so hat doch jede (Vermessung) ihren eigenen Anfangs- oder Nullpunkt, auch Indifferenz-Punkt genannt. Bei der topographischen Vermessung ist

laufende (schwarze) Plannummerirung muß schon der Flächenberechnung vorangehen; denn die Plan-Figuren werden einzeln berechnet in der Reihenfolge der Plan-Nummern. *) Die Flächenmaß-Einheit für die Berechnung ist das bayerische Tagwerk zu $\frac{40}{m}$ □'; kleinere Flächen werden in Decimal-Theilen des Tagwerks ausgedrückt. Bei der Flächenberechnung selbst werden die Flächen bis auf 4 Decimal-Stellen angegeben; im Kataster jedoch werden nur 2 Decimal-Stellen ausgesetzt. Es ist demnach 1 Decimale = 0,01 Tgw. oder der 1/100ste Theil eines Tagwerks = 400 □'. In den unterfränkischen Katastern bei sehr kleinem Detail sind 3 Decimal-Stellen ausgesetzt, weil es sonst gar viele Grundstücke ohne Kataster-Fläche geben würde, da dort nicht selten Parzell'chen vorkommen, die nicht 100 □' groß sind. Ein Normal-Tagwerk in Bayern ist ein Quadrat, bei welchem jede Seite 200 bayer. Fuß lang ist;

---

man ausgegangen von der ehemaligen königlichen Sternwarte auf der Lüften südöstlich von München (zwischen München und Ramersdorf). Die geographische Länge des westlichen Dachgiebels dieser Sternwarte war 29° 15' 56" von Ferro (Bertrand). Dagegen hat man für die allgemeine Landesvermessung den nördlichen Frauenthurm zu München als Indifferenz-Punkt angenommen. Die Verbindung der bayerischen und österreichischen Triangulirung hat ergeben, daß der nördliche Frauenthurm zu München von Ferro 29° 14' 15" entfernt sei. Die nördliche Breite desselben Frauenthurmes ist 48° 8' 20". Unter Münchner Meridian versteht man den Meridian durch den nördlichen Frauenthurm, wenn nicht besonders von der Münchner (neuen) Sternwarte die Rede. Der Winkel, welchen der nördliche Theil des Münchner (Erd-) Meridians und die Basis einschließen, heißt Azimuth, oder eigentlich der Winkel, welchen die Münchner Mittagslinie und die Basis einschließen, wird Azimuth genannt. Auf dieses Azimuth gründet sich die Orientirung sämmtlicher Meßtischblätter oder der Umstand, daß bei gehöriger Genauigkeit alle Meßtischblätter wie abgeschnitten zusammen passen müssen. Im Jahre 1802 hat der Chef de Brigade Henry das Azimuth gemessen und zu 48° 59' 53" angegeben, und hierauf wurde nun die ganze Berechnung des bayerischen Dreiecknetzes gegründet. Im folgenden Jahre hat Herr Professor Schiegg dieses Azimuth auch gemessen und eine bedeutende Differenz gefunden, jedoch seine Messung für mißlungen erklärt. Erst im Jahre 1813 hat der damalige Steuerrath J. Soldner die Azimuth-Messung mit aller Sorgfalt wiederholt und dasselbe auf 49° 0' 8" berechnet. (Die Beobachtungs-Resultate und die ganze Berechnung ist im Druck erschienen bei Johann Georg Jakob Seybold jetzt Lentner zu München 1813). Auch hat Soldner das Achsenverhältniß von 307 : 306 angenommen. Sollen daher nach §. 5 der Messungs-Instruktion vom 19. Jänner 1830 (Regierungsblatt für das Jahr 1830 Seite 114 2c.) die geographischen Positionen nämlich die geographische Länge und Breite aus den Coordinaten berechnet werden, so unterliegen diese wegen des fehlerhaften Azimuths einer vorherigen Verbesserung nach folgenden Formeln:

Abscisse = a + o sin. 15"

Ordinate = o — a sin. 15"

*) Ueber Plannummerirung siehe Seite 30 und 31.

denn $200^2 = 40000$ (□'). Die Vorstellung der Größe von 1 Decimale erhält man, wenn ein Quadrat abgesteckt wird, bei dem jede Seite 20 bayer. Fuß lang ist; denn $20^2 = 400$ (□'). *)

Die natürliche **Ertragsfähigkeit** der Grundstücke wird gefunden durch wirkliche Ertragsausmitteluug bei gewissen Grundstücken d. i. durch Aufstellung der Mustergründe. Das Aufstellen der Mustergründe heißt man bonitiren. Die Bonitirung (Aufstellung der Mustergründe) geschieht nach den von der Steuer=Kataster=Commission zu formirenden Bonitirungsbezirken, welche je nach Umständen einen oder mehrere Polizeibezirke (Landgerichte und früher auch Herrschaftsgerichte 2c.) in sich begreifen können. In jedem Bonitirungs=Bezirke wird eine hinlängliche Anzahl Mustergründe aufgestellt, jedoch nur für die drei Haupt=Kulturarten Aecker, Wiesen und Waldungen.

Acker=Muster=Gründe. Bei Auswahl eines Musterackers ist vorschriftsmäßig auf Folgendes zu sehen:

1) Daß der Acker einem Besitzer (oder Pächter) angehöre, welcher selbst schon seit vielen Jahren an demselben Orte den Landbau treibt, welcher überdieß als guter Landwirth bekannt ist, jedoch nicht einen außerordentlichen Aufwand auf die Kultur seiner Grundstücke gemacht hat;
2) daß kein Acker gewählt werde, der einen bedeutenden Flächeninhalt hat **), dabei aber von ungleichartigem Boden, Beschaffenheit, Mischung und Lage 2c. ist;
3) daß kein Acker gewählt werde, dem ein bleibendes inneres Gebrechen z. B. Wassergallen, Brunnflüsse u. d. gl. anklebt, kein Acker, der eine ungünstige, abschüssige, dem Schneedruck ausgesetzte Lage hat;
4) daß der gewählte Acker von gleicher Beschaffenheit mit seiner nächsten Umgebung ***) sei;
5) daß endlich ein solcher Acker gewählt werde, wo in der Regel die Dreifelderwirthschaft mit Brache betrieben wird und welcher freieigen (ludeigen) ist. †)

---

*) Wollte man sich ein bayerisches Tagwerk in Form eines Kreises abstecken, so müßte der Radius 112,84.... bayer. Fuß groß genommen werden. Nach der Anmerkung zu Nro. 169 ist

$$q = r^2\pi,$$

also $112{,}84^2 \times 3{,}14159 = 40001{,}44....$ (□'). Wollte man die Fläche noch genauer haben, so müßte man für den Radius noch mehr Decimal=Stellen berechnen; allein dieselben hätten für die Praxis keinen Werth und die Differenz von 1 □' auf's Tagwerk ist gewiß höchst unbedeutend.

**) Am besten und zweckmäßigsten wären solche Aecker, die genau ein bayer. Tagwerk groß sind.

***) Dadurch wird die Angleichung oder Klassificirung erleichtert.

†) Letztere Eigenschaft fällt seit dem Erscheinen des Fixirungs= und Ablösungsgesetzes weg.

Nachdem ein solcher Acker ausgemittelt ist, läßt man den Besitzer *) desselben rufen, um ihn fatiren **) zu lassen. Sobald der Besitzer des beabsichtigten Musterackers erschienen ist, wird er von dem zugleich anwesenden Gerichts-Commissär in Eid und Pflicht genommen d. h. der Besitzer muß nach vorausgegangener Belehrung über den Zweck seinen Gegenwart ꝛc. einen Eid ablegen, daß er gewissenhaft aussagen wolle:

a) die Aussaat in mittleren Jahren aufs ganze Grundstück, und

b) die mitteljährige Ernte (den Körner-Ertrag) vom ganzen Grundstücke.

Nach der Beeidigung werden nun an den Besitzer folgende Fragen gestellt, die wir ihn zur Erträgsberechnung sogleich beantworten lassen:

1te Frage: Was bauest du auf dem ***) Acker in der Regel für eine Winterfrucht? Bauest du Reps, Weizen, Dinkel (Fesen) oder Korn (Roggen)? Oder welche von diesen Fruchtgattungen gedeiht am besten?

Antwort: Korn.

2te Frage: Wie viel Samen (vom Korn) brauchst du zur Aussaat?

Antwort: Vier bayerische Metzen. †)

3te Frage: Wie viel bayerische ††) Metzen Korn erntest du in mittleren

Antwort: Eilf und einen halben bayer. Metzen.

4te Frage: Was bauest du auf dem Acker in der Regel für eine Sommerfrucht? Bauest du Gerste oder Haber? Oder welche von diesen Fruchtgattungen gedeiht am besten?

Antwort: Haber.

5te Frage: Wie viel Saamen (vom Haber) brauchst du zur Aussaat?

Antwort: Sechs bayerische Metzen.

6te Frage: Wie viel bayerische Metzen erntest du in mittleren Jahren?

Antwort: Dreizehn und einen halben bayer. Metzen.

Aus diesen Angaben wird nun der Ertrag berechnet, wobei man sich an folgende gesetzliche Bestimmungen zu halten hat:

a) Es bildet der mitteljährige Körnerertrag auf **einem** bayerischen Tagwerke nach Abzug der Aussaat, unter Freibelassung des Strohes, der Brachfrüchte und aller sonstigen ökonomischen Nebennutzungen den steuerbaren Ertrag und den Klassenfuß.

---

*) Der Besitzer kann aus dem Plane, nämlich aus der hierin eingeschriebenen Hausnummer und aus der Namensliste, welche beide (Plan und Namensliste) der Bonitirungs-Commissär in Händen hat, ermittelt werden.

**) Fatiren (vom lateinischen fatēri) = bekennen, angeben.

***) Auf dem oder an dem die verhandelnden Personen stehen. Es muß nämlich die Verhandlung im Freien an Ort und Stelle vorgenommen werden.

†) Wenn der Fatent ein anderes Gemäß, z. B. Nürnberger Simra angibt, so müssen diese ins bayerische Normal-Maß verwandelt werden.

††) Oder Nürnberger Simra.

b) Es bildet jede mittlere jährliche Produktion von 1/8tel Schäffel Korn oder gleichen Werthes in anderm Getraide auf **einem** bayerischen Tagwerke nach Abzug der Aussaat **eine** Bonitätsklasse; jeder weitere 1/8tel Schäffel gibt eine Klasse mehr und so aufwärts nach der natürlichen Zahlenfolge und in Abständen von je einem Achtel-Schäffel Korn.

Nun aber ist nach den Kataster-Durchschnittspreisen 1 Schäffel Korn (Roggen) = 8 fl., also 1/8tel Schäffel = 1 fl., folglich die **Einheit** der Bonitätsklassen gleich **einem** Gulden Ertrag auf **einem** bayerischen Tagwerke.

Nach diesen gesetzlichen Bestimmungen wird nun die Ertragsberechnung aus den Angaben des Fatenten auf folgende einfache Weise vorgenommen:

Wirthschafts-Turnus. *) Gesetzlich muß die Dreifelderwirthschaft, nämlich zwei Ertrags-Jahre und ein Brach- oder Freijahr in Rechnung kommen.		Aussaat in bayr. Metzen.	Ernte in bayer. Metzen.	Rest in bayer. Metzen.	Steuerbarer Ertrag in Geld. fl.	kr.
1tes Jahr	Brache	—	—	—	—	—
	Kornaussaat	4	—	—	—	—
2tes Jahr	Kornernte	—	11½	7½	10	—
3tes Jahr	Haberbau	6	13½	7½	5	—
				Summe	15	—

Bei dieser dreijährigen Rotation berechnet sich ein jährlicher steuerbarer Ertrag von (15 : 3 =) 5 fl. oder 5mal 1/8tel Schäffel Korn, also die

*) Sind andere Wirthschafts-Methoden, z. B. die Sechsfelderwirthschaft im Gebrauche, so werden solche auf die Dreifelderwirthschaft zurückgeführt, d. h. es werden die Ansätze zur Ertragsberechnung so gemacht, als wenn allemal das dritte Jahr ein Brach- oder Freijahr wäre, wobei es z. B. in 6 Jahren zwei Freijahre trifft. Hiebei darf aber nicht angenommen werden, als hätte der Gesetzgeber die Brach-Nothwendigkeit im Auge gehabt, sondern dieß geschah lediglich nur deßhalb, weil man einen möglichst billigen Klassenfuß erhalten wollte, und weil man Mißjahre &c. voraussetzte, weßhalb auch das Stroh und andere ökonomische Nebennutzungen nicht in Ansatz kommen.

Es wird im Gegentheil die Aufhebung der Dreifelderwirthschaft, besonders die Aufhebung der Brache als ein Hauptbeförderungsmittel der Landwirthschaft angenommen; denn der Boden bedarf keiner Ruhe, wie man unrichtig meint, weil es in der Natur keinen Stillstand gibt, was man an dem üppigen Gras und Unkraut auf Brachäckern klar und deutlich sehen kann, sondern man führe statt der Brache einen geregelten Fruchtwechsel ein — man theile sämmtliche Felder vielleicht in acht Schläge ab und bebaue sie etwa in folgendem Turnus:

Bonitätsklasse V, vorausgesetzt, daß der Acker genau ein bayerisches Tagwerk halte.

a) Bei gutem oder schweren Boden.

1ter Schlag: Runkelrüben.	2ter Schlag: Gerste.	3ter Schlag: Klee.	4ter Schlag: Weizen oder Dinkel (Fesen).
5ter Schlag: Bohnen.	6ter Schlag: Oelgewächse oder Handelspflanzen.	7ter Schlag: Kohl.	8ter Schlag: Erbsen.

* So die Bestellung im 1ten Jahre, im 2ten Jahre kommen die Runkelrüben auf den 2ten Schlag und auf den 1ten Schlag kommen die Erbsen rc.

** Der Klee wird zweimal gemäht, das 3te Mal wird er niedergewalzt und eingeackert, was ein vorzügliches Düngungsmittel für den Weizen gibt; eben so geben etwas später gesäete und grün (saftreich) eingeackerte Erbsen ein ausgezeichnetes Düngungsmittel für den Roggen (Korn). Der ungerechten Klage über Düngermangel entgegnet Herr Staatsrath von Hazzi in seinem Katechismus des Feldbaues von Seite 94 bis 100 (3te Auflage 1846, Preis 30 kr.)

b) Bei leichtem Boden.

1ter Schlag: Runkelrüben.	2ter Schlag: Gerste.	3ter Schlag: Klee.	4ter Schlag: Korn.
5ter Schlag: Kohl.	6ter Schlag: Kartoffel.	7ter Schlag: Lein.	8ter Schlag: Haber.

* Das Dörren des Flachses in Backöfen ist dem Flachse sehr nachtheilig; denn dadurch wird meistens der Flachs und dann auch die Leinwand verdorben. Es ist daher viel besser, wenn man im zweiten (nächsten) Jahre die beste Zeit zum Rösten und Trocknen aussucht.

** Handelspflanzen sind: 1) Oelpflanzen, 2) Gespinnstpflanzen, 3) Färbepflanzen, 4) Gewürzpflanzen, 5) Fabrikpflanzen.

Ad 1) Reps, Lein, Mohn, Senf, Kürbis, Sonnenblumen rc.

Ad 2) Flachs (Lein) und Hanf.

Ad 3) Krapp, Saflor, Waid und Wau.

Ad 4) Hopfen, Safran, Kümmel, Fenchel, Anis, Koriander und Senf.

Der durchschnittliche Ertrag beläuft sich auf einem b. Tagwerk vom

α) Safran auf 6 ℔. à 24 fl., zum Anbau 120000 Stück Zwiebel,

β) Kümmel auf 10 Ctr. à 20 fl. und man braucht 16 ℔. Samen,

γ) Fenchel auf 6 Ctr. à 20 fl. und man bedarf 14 ℔. Samen,

δ) Anis auf 15 Ctr. à 20 fl. und man bedarf 43 ℔. Samen,

ε) Koriander auf 18 Ctr. à 10 fl., das Stroh dient trocken zu Schaffutter und der Samenbedarf ist wie beim Anis.

Während der Gerichts-Commissär (Landrichter 2c.) diese Verhandlung auch in Gegenwart des Bonitirungs-Commissärs (Steuerrathes 2c.) vernimmt, mißt der Bonitirungs-Aktuar, der zugleich auch Geometer sein muß, das betreffende Grundstück und berechnet die Fläche desselben aus den Maßen. *) Findet er nun, daß dasselbe genau ein bayerisches Tagwerk halte, so ist die oben berechnete Bonitätsklasse V die richtige, außerdem müßte der Ertrag erst auf das bayerische Tagwerk reducirt werden. Hätte z. B. obiger Acker nur 0 Tgw. 85 Dez., so berechnet sich der Ertrag für **ein** Tagwerk auf 17 fl. 36 kr.; denn 0,85 : 1,00 = 15 : x, woraus x = 17,6 (fl.)

Daher wäre der jährliche steuerbare Ertrag (17 fl. 36 kr. : 3 =) 5 fl. 52 kr., folglich die Bonitätsklasse VI. **)

Nachdem diese Verhandlung geschlossen ist, läßt der Bonitirungs-Commissär seine in der Nähe sich aufhaltenden Taxatoren (Schätzleute) ***) herbeirufen. Diese (beeidigten) Taxatoren lassen nun denselben Acker an mehreren Stellen aufgraben, besichtigen die Beschaffenheit, Tiefe, Güte und Mischung der Oberschichte (Ackerkrumme) und Unterlage desselben, woraus sie die Bonitätsklasse aussprechen. Wenn nun obiger Acker genau ein bayerisches Tagwerk hält und sie sprechen die 4te, 5te oder 6te Bonitätsklasse für denselben aus, so kann dieser Acker ein gesetzliches Muster werden, weil die Angabe des

---

ζ) Senf auf 5 Schäffel = 1200 ℔. à 12 kr., ferner liefert 1 Schäffel 45 ℔. Oel und das Stroh dient zur Streu, der Samenbedarf ist 12 ℔.

Ad) 5) Tabak von verschiedenen Sorten, dann Weber- oder Kardendistel. Der Ertrag des Tabaks auf einem bayer. Tagwerk beläuft sich an Blättern auf 15 Ctr. à 12 fl. und an Geiz auf 6 Ctr. à 2 fl. Die Ernte der Weber- oder Kardendistel auf 1 bayer. Tagwerk ist circa 20000 Karden, das Tausend zu 8 fl. = 160 fl. Samen oder Kerne braucht man 25 ℔. auf 1 bayer. Tagwerk, welche von 3' zu 3' und 3'' tief gelegt werden (wie der Mais.)

Daß zu so einer vortheilhaften Landwirthschaft die Grundstücke arondirt und in Schläge abgetheilt werden müssen, versteht sich von selbst.

Sämmtliche Sämereien, Säe-Maschinen 2c. können vom General-Comité des Landwirthschaftlichen Vereins zu München bezogen werden.

*) Die Fläche aus den Maßen zu berechnen ist die verläßigste Methode zur Ermittelung des Flächeninhaltes.

**) Es werden 30 kr. und was über 30 kr. ist, als ganzer Gulden angenommen, dagegen läßt man Beträge unter 30 kr. fallen, d. h. sie bleiben unberücksichtigt.

***) Daß man zur Aufstellung der Mustergründe namentlich der Grenzmuster solche Taxatoren beiziehe, die schon einen oder mehrere Sommer verwendet worden sind und sich als sehr umsichtig und tüchtig erwiesen haben, liegt im Interesse der höchst wichtigen Sache und versteht sich deßhalb von selbst. Dabei ist zu bemerken, daß die Bonitirung eines Bezirkes immer mit Grenzmustern begonnen wird, damit man von diesen ausgehend stets in gleichem Takte bleibe. Die neu beigezogenen Taxatoren werden durch den zur Bonitirungs-Commission gehörigen Obertaxator und Bonitirungs-Commissär gehörig belehrt und angeleitet.

Fatenten und der Taxatoren nicht um 1 fl. 20 kr. für's Tagwerk verschieden ist, und es geht endlich zur Berathung der festzusetzenden Klasse; würden aber die Taxatoren eine niedere oder eine höhere Klasse ausgesprochen haben d. h. würden die Angaben des Fatenten und der Taxatoren um mehr als 1 fl. 20 kr. für's Tagwerk differiren, so könnte der beabsichtigte Acker kein gesetzliches Muster abgeben, sondern die Verhandlung müßte abgebrochen und dieser Acker als Musteracker aufgegeben werden, woraus zugleich hervorgeht, daß das Bonitiren ein höchst mißliebiges Geschäft ist.

Wies-Muster-Gründe. Bei Auswahl von Mustergrundstücken für Wiesen sind dieselben Rücksichten zu nehmen wie bei Aeckern, nämlich daß die gewählt werden wollende Wiese einem solchen Besitzer angehöre, der selbst schon seit langen Jahren an demselben Orte den Landbau treibe ꝛc. und daß insbesondere keine Wiese gewählt werde, welche den Einflüssen gewöhnlicher Ueberschwemmungen, Uebersandungen oder anderer Elementar-Ereignisse ausgesetzt ist.

Bei Aufstellung von Wies-Muster-Gründen wird neben der Untersuchung der natürlichen Bodengüte der Wiesen und hauptsächlich der Lage, wodurch sich ihre mehr oder mindere Feuchtigkeit oder Trockenheit bedingt, von dem Fatenten seine eidliche Angabe über den mitteljährigen Ertrag des ganzen Wiesstückes an Heu und Grummet (Ohmat) nach Fudern und Centnerzahl des Fuders erholt, während den Taxatoren dieselbe Angabe des Ertrags an Heu und Grummet abgenommen wird, jedoch nach Tagwerk und Centnerzahl. Damit aber die Taxatoren ihre Ertragsangabe um so sicherer machen können, lassen sie den Wiesgrund zur Untersuchung des Bodens an mehreren Stellen aufgraben; die Taxatoren haben sorgsam zu untersuchen die örtliche Lage und die Bonitäts-Merkmale durch Schaufelstich, und hieraus den Ertrag abzuleiten.

Dem Gesetze gemäß ist bei Wiesen der mitteljährige Ertrag von $1^2/_3$ Centner Heu und Grummet auf'm bayer. Tagwerk in ökonomischer Nutzbeziehung dem Werthe eines Achtel Schäffels Korn gleichzusetzen; es ist demnach $1^2/_3$ Centner Heu und Grummet-Ertrag auf'm bayerischen Tagwerk gleich der **Einheit** der Bonitätsklassen und jeder weitere $1^2/_3$ Centner solchen Ertrags gibt eine Klasse mehr. Nun aber ist die Einheit der Bonitätsklassen in Geld gleich einem Gulden, daher berechnet sich 1 Centner Heu oder Grummet auf 36 kr.; denn $1^2/_3$ Ctr. : 1 Ctr. = 1 fl. : x fl., woraus x = $^3/_5$ fl. oder 36 kr. Es ist also der Preis des Centners Heu oder Grummet auf 36 kr. gesetzlich festgestellt und dieß bildet auch den gesetzlichen Anhaltspunkt bei der Ertragsermittelung; jedoch soll es den Taxatoren freigelassen bleiben, auf die Qualität (Beschaffenheit) des Heues billige Rücksicht zu nehmen. Demnach ist bei Bonitirung der Wiesen nebst der Angabe des Ertrags an Heu und Grummet nach Tagwerk und Centnerzahl durch die Schätzer noch die Größe zu erheben, um welche der Werth des Centners nach der verschiedenen Qualität des Heues zu erhöhen oder mindern ist.

Wenn z. B. nach den übereinstimmenden Angaben des Fatenten und der Taxatoren der jährliche Ertrag eines Tagwerkes Wiesgrund 15 Centner Heu und Grummet beträgt und die Taxatoren erachten den Werth des Centners zu 36 kr., so erhält dieser Wies-Muster-Grund die IX. Bonitätsklasse; denn 1 Ctr. : 15 Ctr. = $^3/_5$ fl. : x fl., woraus x = 9 fl. d. i. die IX. Klasse. Wenn dagegen z. B. nach den übereinstimmenden Angaben des Fatenten und der Taxatoren der jährliche Ertrag eines Tagwerkes Wiesgrund 13$^1/_3$ Centner Heu und Grummet beträgt, die Taxatoren aber wegen geringerer Qualität des Heues um 9 kr. hinter dem als gesetzlicher Anhaltspunkt aufgestellten Nutzungswerthe des Heues von 36 kr. zurückbleiben zu müssen erachten, und also den Preis des Centners auf 27 kr. setzen, so berechnet sich der steuerbare Ertrag des fraglichen Wiesengrundes auf 13$^1/_3$mal 27 kr. d. i. auf 6 fl. und er ist ein Muster VIter Klasse.

Bei Aufstellung der Mustergründe für Eggarten muß vor Allem der Wirthschafts-Turnus erhoben und daraus der jährliche Mittel-Ertrag abgeleitet und auf Achtel Schäffel Korn reducirt werden.

Wald-Muster-Gründe. Für Waldungen sollen Muster aufgestellt werden, die möglichst aus regelmäßig behandelten Forsten zu wählen sind. Es wird dabei der nachhaltige Holzertrag erhoben, welchen die Waldungen bei einer der Holzart entsprechenden Wirthschafts-Methode und unter Freibelassung der Forst-Nebennutzungen gewähren, weßhalb auch nicht von dem gegenwärtigen zufälligen Zustande (Bestande 2c.) des Waldes, sondern von der natürlichen Ertragsfähigkeit des Bodens auszugehen ist.

Diese Waldmuster können Parthien oder Schläge von ordentlich bewirthschafteten Staatswaldungen sein, deren Ertrag aus forstmännischen Schätzungen und Schlagregister bekannt ist; allein auch aus Privatwaldungen sollen, wo möglich, Muster genommen werden.

Wo keine regelmäßig behandelten Wald-Complexe gefunden werden, können solche Parzellen oder Theile von Waldungen zu Mustern ausgehoben werden, welche ein Bild der Produktivität (Hervorbringung) geben.

Bei Aufstellung der Waldmuster werden neben den Eigenthümern, Administratoren, Curatoren oder Pächtern als Fatenten, auch Sachverständige als Taxatoren verwendet.

Es bleibt den Taxatoren überlassen, für den Fall, daß sich nicht unter ihnen selbst solche Sachverständige *) (Forstmänner) befinden, ein Gre-

*) Für jeden Bonitirungsbezirk werden eigene Taxatoren aufgestellt. Diese Taxatoren müssen selbstständige im Bonitirungsbezirk ansäßige und praktische, dabei redliche und durchaus unbescholtene Landwirthe sein. Sie gehen aus der freien Wahl der Gemeinden hervor und werden von der Steuer-Kataster-Commission auf den Vorschlag des Bonitirungs-Commissärs und durch denselben in einer erforderlichen Anzahl zur Funktion berufen.

Jede Steuergemeinde stellt zu diesem Zwecke einen zum Taxator ganz geeigenschafteten Wahlmann; die Wahlmänner aber wählen sodann aus ihrer Mitte

mium *) technischer Waldschätzer aus dem königlichen oder Privat-Forstpersonale zu wählen, dessen technisches Parēre **) sofort den Taxatoren zur Berücksichtigung für Mustergründe vorzulegen ist.

Unter Benützung der vorfindlichen verlässigen Ertrags-Berechnungen und der Schlagregister, dann unter gehöriger Berücksichtigung der natürlichen Beschaffenheit und Lage des Grundes und Bodens wird mittelst der von technischen Waldschätzern abgegebenen Fassion ***) und Schätzung der nachhaltige Holz-Ertrag unter Freibelassung der Forst-Nebennutzungen, (nicht aber der Zwischen-Nutzungen) erhoben. Von den Taxatoren aber wird sodann ausgesprochen, welche Quantität Holzes auf dem Stamme in ökonomischer Nutzbeziebung mit Rücksicht auf die Preise des Ortes, wo das Holz steht, einem Achtel Schäffel Korn gleich zu achten sei, nachdem auch hierüber vorerst durch die Sachverständigen und Eigenthümer die erforderlichen Erhebungen stattgefunden haben.

Aus diesen beiden Daten ergibt sich sodann der Material- †) und Pecunial- †) Ertrag der Waldungen, letzterer auf Korn reducirt, und hienach der Klassenfuß von selbst.

Wenn z. B. bei einer Waldung nach der Fassion des Eigenthümers, Administrators rc. ein nachhaltiger Holzertrag (Haupt- und Zwischennutzung) von $1^1/_4$ bayer. Normal-Klafter auf'm bayer. Tagwerk abfällt und die Sachverständigen denselben Material-Ertrag eben so angeben; wenn ferner vom Fatenten und den Taxatoren $1^1/_2$ Klafter Holz im Durchschnitte einem ganzen Schäffel Korn gleich, mithin der hieraus fürs Kataster sich berechnende ökonomische Nutzungswerth einer Klafter auf 5 fl. 20 kr. ††) gesetzt wurde, so ist der Pecunial-Ertrag des Waldes $1^1/_4$mal 5 fl. 20 kr. d. i. $6^2/_3$ fl. oder $6^2/_3$ Achtel-Schäffel Korn gleich, der Wald also ein Muster der $6^2/_3$tel †††) Klasse.

Nachdem in einem Bonitirungsbezirke eine hinlängliche Anzahl Mustergründe für die Hauptkulturen Acker, Wiesen und Waldungen aufgestellt sind,

---

unter Leitung der Distrikts-Polizeibehörde 24 Taxatoren nach Stimmenmehrheit, woraus die Steuer-Kataster-Commission die erforderliche Zahl durch den Bonitirungs-Commissär berufen läßt. Bei der Wahl der Taxatoren ist darauf aufmerksam zu machen, daß wo möglich auch solche Landwirthe gewählt werden, welche zugleich als technische Schätzer für Waldmustergründe verwendet werden können.

*) Gremium (lateinisch) = Schoß z. B. der Mutter, auch der Erde; Mitte, Mittel; Gemeinschaft, Verein, so viel als Collegium = Versammlung oder Gesellschaft gleicher Personen.

**) Parēre (lateinisch) = gehorchen; als Substantiv: Gutachten.

***) Fassion = Angabe, Bekennung.

†) Material vom materia = Stoff, und Pecunial vom pecunia = Geld.

††) Wenn $1^1/_2$ Klafter Holz 8 fl. kosten, so kostet 1 Klafter $5^1/_3$ fl., denn $1^1/_2 : 1 = 8 : x$, woraus $x = 5^1/_3$ fl. = 5 fl. 20 kr.

†††) Bei Waldmustern kommen allerdings auch Bruchklassen vor.

so wird von der Bonitirungs-Commission eine specifische genaue tabellarische Musterbeschreibung angefertigt, welche alsdann von dem Obertaxator, *) von sämmtlichen Taxatoren und dem Bonitirungs-Commissär unterschrieben wird; die Richtigkeit der Unterschriften der Taxatoren wird von der betreffenden Distrikts-Polizei-Behörde beglaubt. Dabei bleibt es den Taxatoren unbenommen, den Klassen-Calkul durch eigene Nachrechnung zu kontrolliren.

Die Resultate (Ergebnisse) der Bonitirung, nämlich die Mustergründe werden hierauf in allen Gemeinden des Bonitirungsbezirkes von der Distrikts-Polizei-Behörde mit dem Beisatze öffentlich bekannt gemacht, daß ihre Beschreibung sechs Wochen lang zu Jedermanns Einsicht und allenfallsiger Erinnerung in dem Geschäfts-Locale derselben offen liege und nach Verlauf dieser Zeit keine Einwendung mehr dagegen stattfinde.

Während dieser sechs Wochen können bei der betreffenden Distrikts-Polizei-Behörde die gesetzlich gestatteten Reklamationen (Erinnerungen) gegen die Mustergründe vorgebracht werden; nach Verfluß dieser Zeit nicht mehr. Die dagegen angebrachten Erinnerungen werden von jenen Behörden der Steuer-Kataster-Commission zur Anzeige gebracht, welche dieselben sodann durch die Bonitirungs-Commission genau prüfen und definitiv erledigen lassen wird.

Nachdem die Taxatoren durch den Akt der Muster-Aufstellung (Bonitirung) die hinlängliche Anzahl von festen Anhaltspunkten in den Mustergründen, sowie die nöthige Kenntniß über die Lokalitäts- und Ertragsverhältnisse eines Bonitirungs-Bezirkes und das Wesentliche der Schätzungs-Methode praktisch erworben haben, werden die übrigen Grundstücke durch Angleichung an die Mustergründe auf dem Wege einer Schätzung klassificirt.

Klassifikation. Die Klassifikation besteht darin, daß jedes andere Grundstück hinsichtlich seiner natürlichen Boden-Güte, Lage, Klima, seiner allenfallsigen innern Fehler und anderer Verhältnisse auf's Sorgfältigste örtlich untersucht, in diesen Beziehungen, sowie hinsichtlich seiner Ertragsfähigkeit mit den Mustergründen verglichen, dann in die Klasse desjenigen Mustergrundes, dem es ganz gleich oder in eine verhältnißmäßige Zwischenklasse eingesetzt werde, falls es hinsichtlich seiner Produktions-Fähigkeit zwischen zwei Mustergründe hineinfällt. Fällt ein Grundstück seiner Bodengüte, Lage, Klima und sonstigen besondern Beschaffenheit nach z. B. zwischen die Muster der III. und IV. Klasse, deren keinem es ganz gleich ist, so bleibt es dem praktischen Sinne der Schätzer überlassen, dasselbe in die zuständige Zwischenklasse zwischen IV. und III. z. B. IV. zu setzen. Dabei haben die Taxatoren wohl zu be-

*) Bei der Mustergründe-Aufstellung steht den beigezogenen Taxatoren jedesmal auch ein Obertaxator an der Spitze. Die Obertaxatoren werden von der kgl. Steuer-Kataster-Commission gewählt und vom Staatsministerium der Finanzen bestätigt. Bei dieser Wahl hat die Kataster-Stelle in der Regel immer solche Oekonomen als Obertaxatoren zur Bestätigung vorzuschlagen, welche zugleich Landräthe oder Landstände waren, nämlich solche, die schon zum Voraus Vertrauen von ihren eigenen Kreisbewohnern hatten.

rücksichtigen und nach ihrem praktisch-ökonomischen Sinn bei der Klassen-Einreihung der Grundstücke in Anschlag zu bringen: die natürlichen und bleibenden Vor- *) und Nachtheile der Lage, das Klima, die innern bleibenden Gebrechen der zu classificirenden Grundstücke im Gegenhalt der Mustergründe. Sie werden daher z. B. ein Grundstück von sonst gleicher Bodengüte mit einem Mustergrunde der V. Classe, welch letzterer ganz eben und frei liegt, nicht in dieselbe Klasse setzen dürfen, wenn es sehr abschüssig, winterseitig, periodischen Uebersandungen oder schädlichen Ueberschwemmungen ausgesetzt liegt, oder sonstige unabwendliche, dem Muster nicht eigene Fehler und Nachtheile des Bodens hinsichtlich der Krumme und seiner Unterlage, dann der örtlichen Lage, des Klimas und der innern Beschaffenheit hat.

Dagegen soll bei der Klassifikation so wenig als bei der Bonitirung ein außerordentlicher Kultur-Aufwand, eine zufällige, künstliche, vorübergehende Verbesserung oder Verschlimmerung des Bodens und Ertrags, oder eine bloß sorglose Bewirthschaftung, Vernachlässigung und Abschwendung berücksichtigt werden, sondern es soll unter der Voraussetzung einer gehörigen, mittleren und gemeinüblichen Wirthschaft, bei gewöhnlichen, nicht außerordentlichen Aufwands-Mitteln geschätzt werden.

Eben so wenig sollen die Taxatoren bei der Klassifikation irgend ein persönliches Verhältniß der Grundbesitzer, die mehrere oder mindere Entlegenheit **) und Geschlossenheit, die leichteren oder schweren Absatz-Verhältnisse oder die Bestellungskosten der Grundstücke u. d. gl. als an sich veränderliche Umstände in Anschlag bringen, indem dieselben wohl auf den augenblicklichen Werth, nicht aber auf natürliche Ertragsfähigkeit, worauf allein zu sehen ist, Einfluß haben.

Desgleichen soll die Gebundenheit ***) oder Ungebundenheit der Güter und die größere oder geringere Dominikal- oder Zehentbelastung bei der Klassification durchaus in keinen Anschlag kommen, weil im Grundsteuer-Kataster der gesetzliche Abzug der Dominikal- und Zehentsteuer von der Rustikal-Steuer eintritt; die Taxatoren sollen also alle Grundstücke so klassificiren, als wären sie sämmtlich von Zehent- und anderen Lasten frei.

Große Grundstücke sollen die Taxatoren nur dann in eine und dieselbe Klasse setzen, wenn durch sorgfältige Untersuchung des Grundstückes an vielen Orten dessen durchaus gleichförmige Güte und Lage dargethan ist. †) Der Obertaxator, der ab- und zugehend die Oberleitung über die Gremien einer Sektion ††) hat, soll hierauf ein Hauptaugenmerk richten und ins-

---

*) Besonders bei Wiesen die Gelegenheit zum Wässern.

**) So z. B. kann ein Grundstück sehr entlegen sein; allein es ist leicht der Fall möglich, daß es verkauft und ein Haus darauf erbaut wird.

***) Seit dem Erscheinen des Fixirungs- und Ablösungsgesetzes vom 4. Juni 1848 hört die Gebundenheit der Güter ohnedieß auf.

†) Vergleiche die Anmerkung auf Seite 30 und 31.

††) Nachdem die Bonitirung eines Bezirkes vollendet ist, so werden die Taxatoren in kleinere Gremien und Sektionen vertheilt, es werden nämlich je drei Taxa-

besondere ist der Klassifikations=Geometer bei Verantwortung gehalten, bei dergleichen Parzellen die Taxatoren auf eine nöthige Ausscheidung der zu verschiedenen Bodenklassen gehörigen Theile aufmerksam zu machen und sich zur alsbaldigen Vornahme der nöthigen Messung anzubieten.

Die Klassifikation beginnt bei den Grundstücken, welche neben oder in der Nähe der Grenzmustergründe des Bezirkes liegen. Bei dem Beginnen der Klassifikation an diesen Grenzmustern muß dieselbe nicht nur durch die Gesammtzahl der Taxatoren des betreffenden Bonitirungs=Bezirkes, sondern auch unter Zuziehung der Schätzer des angrenzenden Bezirkes erfolgen. Erst nachdem die Grenz=Klassification d. h. die Klassifikation der um die Grenz=Muster gelegenen Grundstücke vor sich gegangen ist, geschieht die Klassifikation unter Vertheilung der Taxatoren in Gremien und Sektionen.

Der Klassenausspruch geschieht auf dem Grundstücke selbst und es entscheidet hiebei die Mehrheit der Stimmen der Taxatoren, hiebei hat der Klassifikations=Geometer, der auch die Muster mitbesichtigt ***) hat, eine berathende Stimme. Im Falle eine Stimmeneinheit oder eine Disparität (Unvereinbarkeit) bei einem Gremium eintritt, wird zur Erzielung eines Majoritäts=Spruches durch den Bonitirungs=Commissär oder durch den Obertaxator einer der Ersatzmänner ins Gremium berufen.

Bei jedem Gremium führt einer der Taxatoren das Klassen=Register d. h. er schreibt die durch Stimmenmehrheit ausgesprochene Klasse (Klassenzahl) in die betreffende Rubrik des Bonitirungs=Katasters. Zur Kontroll schreibt der Klassifikations=Geometer die Klassen in Plan ein, und es sind deßhalb von ihm und den Taxatoren die Klassen des Planes und Bonitirungs=Katasters fleißig von Zeit zu Zeit zu collationiren (vergleichen).

Für Angleichung der Weinberge zum Ackerland wird ein Schätzungs=Gremium aus Weinbauverständigen und Landwirthen zusammengesetzt, welches die einzelnen Weinberge mit den daran= oder umliegenden Aeckern zu vergleichen und die Klasse in Vergleich zu den Aeckern auszusprechen hat.

Gärten, sie mögen bloß zur Zierde oder mit Obst und Gemüse oder Handelsgewächsen bestellt sein, so wie die auf solche Weise bestellten Aecker, dann die Hopfengärten, werden nach der natürlichen Beschaffenheit ihres Bodens bei gewöhnlichem Kultur=Aufwande, wie jedes andere Ackerland, nach

---

toren einem Geometer (Klassifikations=Geometer) als Führer beigegeben und so eine geführte Abtheilung von Taxatoren heißt man Gremium, und drei oder mehr Gremien bilden eine Sektion, worüber ein Obertaxator gesetzt ist, welcher die einzelnen Gremien ab= und zugehend leitet, nämlich theilweise mitklassificirt, oder einzelne Parthien vor= oder nachklassificirt 2c.

*) Vor dem Beginn der Klassificirung werden von sämmtlich zu verwendenden Taxatoren alle im Bezirke aufgestellten Mustergründe begangen und mittelst Schaufelstich besichtigt. Dieser Besichtigung wohnt auch der Bonitirungs=Commissär (welcher die oberste Leitung über die Klassifikation hat) wie auch die zu verwendenden Obertaxatoren und Geometer bei.

ihrem Körner=Ertrage in die treffende Bonitäts=Klasse eingereiht, bei jenen, wo kein Getraidebau möglich ist, geschieht die Klassificirung in die bessere Klasse der Ortsflur.

Thiergärten und Garten=Parks, sie mögen in bestimmten Grenzen eingeschlossen sein oder nicht, werden auf keinen Fall unter die Gärten, sondern in so fern sie mit Holz bewachsen sind, als Wald, wenn sie aber Acker=, Wiesen= und Weinland bilden, in dieser Eigenschaft eingeschätzt.

Oedungen (wozu jedoch die als bloße Folge vernachlässigter Forstkultur erscheinenden Waldödungen nicht gezählt werden dürfen), dann Haiden, Filzen und andere ähnliche Gründe werden nach ihrer Beschaffenheit und Lage den vorhandenen Acker= und Wiesen=Muster=Gründen angereiht und ihrer geringen Nutzung wegen selbst in Bruchklassen gesetzt, so daß dergleichen Grundstücke z B. in eine Halbe= oder Viertels=Klasse gestellt werden können.

Die kleineren, nach dem Gutachten der Sachverständigen keiner regelmäßigen Forstwirthschaft fähigen Gehölze werden ebenso behandelt.

Kies=, Lehm=, Mergel= und Sandgruben, Torfstechereien, Steinbrüche, die durch den Bergbau verödeten Flächen und dergleichen, werden in die geeigneten Klassen der Ortsflur gesetzt.

Teiche, welche durch Fischzucht einen Ertrag geben, unterliegen der Bonitäts=Klassifikation nicht. Teiche aber, die abgelassen, sowie Pfützen, die leicht trocken gelegt werden können, werden nach Beschaffenheit ihres Grundes und Bodens mit den übrigen Grundstücken der Ortsflur klassificirt.

Strassen, Wege, öffentliche Plätze, Kirchhöfe, kahle Felsen und durch Natur=Ereignisse unwiederbringlich überkieste oder verschüttete Plätze u. dgl., dann unausgetrocknete Sümpfe, in so fern sie keinen Ertrag an Weide und Streu gewähren, so wie unterirdische Grubenfelder der Bergwerke, unterliegen keiner Bonitäts=Klassifikation.

Die Grundfläche aller Wohn= und Nebengebäude, so wie die wirklichen Hofräume werden in die Klasse der besten Grundstücke der Ortsflur eingereiht.

Die Hausgärten und bloßen Bauplätze werden wie die übrigen Grundstücke der Ortsflur classificirt

Reklamation. Es ist nach §. 85 2c. des Grundsteuergesetzes vom 15. Aug. 1828 gestattet, auch gegen unrichtige Klassifikation einzelner Grundstücke im Gegenhalt zu den Mustergründen zu reklamiren. *)

Hier werde nur kurz auf den oft vorkommenden ungesetzlichen Reklamationsgrund aufmerksam gemacht. Es glaubt nämlich mancher Besitzer nur gar zu gerne einen Grund zum Reklamiren gegen unrichtige Klassifikation zu haben, wenn der Nachbarsacker eine niederere Klasse hat als der

*) Vergleiche die Anmerkung zu Nr. 177 auf Seite 52.

seinige; allein wenn auch dieß wirklich der Fall sein sollte, so ist dieß kein gesetzlicher Grund zum Reklamiren. Es ist allerdings möglich, daß das eine oder das andere Grundstück oder auch eine ganze Parthie aus Versehen oder aus irgend einem andern Grund zu hoch klassificirt ist; allein in jedem Falle muß der Besitzer die Mustergründe zuerst kennen lernen, in Vergleich welcher die ursprüngliche Klassifikation etwa verfehlt sein sollte, und dann bei der einschlägigen Polizei-Behörde seine Reklamation bestimmt und kurz zu Protokoll erklären. Dabei sind die gesetzlichen Bestimmungen wohl ins Auge zu fassen; es wird nämlich die Klassifikation gesetzlich als unrichtig erkannt:

a) wenn bei höheren Bonitäten, und zwar von der vierten Klasse an aufwärts, das Mißverhältniß der einem Grundstücke gegebenen Klasse in Vergleichung zu den betreffenden Mustergründen wenigstens zwei volle Klassen, bei niederen Bonitäten aber, und zwar von der vierten Klasse an abwärts eine ganze Klasse, und von der ersten Klasse abwärts selbst eine Bruchklasse beträgt;

b) wenn ein Grundstück von großer Fläche und von verschiedenen Bonitäten ohne eine vorausgegangene Ausscheidung ordnungswidrig im Komplexe geschätzt, und demnach dafür eine Durchschnittsklasse ausgesprochen worden ist.

Zugleich ist zu bedenken, daß die Untersuchung der Reklamation eine wiederholte Klassificirung ist; denn die beigezogenen Taxatoren müssen vor Allem die Mustergründe besichtigen und dann erst eine nochmalige Klassificirung mit denjenigen Grundstücken in Gegenwart einer Gerichts-Commission vornehmen, gegen welche Reklamationen *) erhoben worden sind.

---

*) Der Verfasser selbst wurde als Planführender Aktuar bei Reklamations-Untersuchungen längere Zeit verwendet und dabei ist ihm unter anderem ein Fall vorgekommen, der erwähnenswerth ist, nämlich: In der Steuergemeinde G. des königlichen Landgerichtes D. haben sämmtliche Grundbesitzer, aufgehetzt durch einen recht gescheidt sein wollenden Bauern einer Nachbarsgemeinde, gegen alle und jede Objekte der ganzen Gemeinde reklamirt, sogar gegen den dort bestehenden Muster-Acker, wie auch gegen die Klassen der Grundflächen aller Wohn- und Nebengebäude und Hofräume; nun aber war natürlich die Reklamationsfrist gegen den Musteracker längst vorüber und er stand als gesetzliches Muster fest (§. 25); ferner bekommen die Grundflächen der Wohn- und Nebengebäude und die Hofräume gesetzlich (§. 35) die Klasse der besten Grundstücke der Ortsflur, also braucht man gegen diese nicht zu reklamiren; denn werden die Classen der besten Grundstücke heruntergesetzt, so kommen die Klassen für die Flächen der Wohn- und Nebengebäude 2c. von selbst herunter. Folglich war eine solche Reklamations-Anmeldung ein Unsinn und liefert einen der vielen Beweise mehr, wie wenig das Grundsteuer-Gesetz begriffen und verstanden wird. Deßhalb wurden vor der Untersuchung die Reklamanten gehörig belehrt und man ließ ihnen sogar die Begünstigung zukommen, wenigstens solche Reklamationen zurück zu nehmen, bei welchen sie voraussichtlich nichts gewinnen können. Von dieser Begünstigung haben denn die Reklamanten vielfältigen Gebrauch gemacht.

II.

Obgleich große Grundstücke nur dann in eine nnd dieselbe Bonitätsklasse gesetzt werden sollen, wenn durch sorgfältige Untersuchung an vielen Stellen durchaus gleichförmige Güte und Lage dargethan ist; so kommt es doch bei Vertheilung größerer Grundstücke sehr oft vor, daß die Bonitäts-Klasse ein aus mehreren Aufstichen gefolgertes Mittel *) ist. Dieser Umstand äußert sich bei der Vertheilung oder theilweisen Veräußerung eines solchen Grundstückes für diejenigen, welche geringere Theile erhalten, auffallend nachtheilig in Hinsicht auf Besteuerung, weil ihnen ein Steuer-Simplum zukommt, welches der ursprünglichen Durchschnitts-Bonitäts-Klasse nicht mehr entspricht; im entgegengesetzten Falle äußert sich dieser Umstand zu vortheilhaft. **)

Um diesem Uebelstande abzuhelfen, soll zuerst das Grundstück vertheilt und die einzelnen Theile gut ersichtlich verpflockt werden; alsdann werden die einzelnen Theile nach ihrem Geldwerthe abgeschätzt ***) und zwar nach Tagwerken d. h. es wird für jeden einzelnen Theil ermittelt, wie viel ein Tagwerk werth sei. †) Aus diesen Geldwerthen und aus den Flächen wird dann der Bezirksgeometer die treffenden Bonitäts-Klassen für die einzelnen Theile berechnen, so daß aus ihnen diejenige Verhältnißzahl summarisch hervorgeht, welche das ganze Grundstück bisher gehabt hat.

Es sei die Fläche (area) des ganzen Grundstückes = A, die Bonitätsklasse = C und die Verhältuißzahl = V; ferner sei dieses Grundstück z. B. in drei Theile getheilt uud jeder dieser Theile sei nach dem Geldwerthe pro Tagwerk eingeschätzt worden und zwar der

1te Theil zu a Tgw. in w Gulden pro Tagwerk.
2te Theil zu a′ Tgw. in w′ " " "
3te Theil zu a″ Tgw. in w″ " " "

Heißen wir nun für die drei Theile die entsprechenden (zu suchenden) Bonitätsklassen c, c′ und c″, so ergeben sich folgende 3 Gleichungen:

$$\text{I)}\quad a c + a' c' + a'' c'' = V$$
$$\text{II)}\quad c : c' = w : w'$$
$$\text{III)}\quad c : c'' = w : w''$$

---

*) Vergleiche die Anmerkung zu Nr. 111 auf Seite 30.

**) Auch ist dieser Umstand ganz gegen den Sinn und Geist des Gesetzes, welches alle Bedingungen zu einer verhältnißmäßig gleichen Besteuerung vorschreibt.

***) Bei einer Vertheilung vor der Verlosung und beim beabsichtigten Verkaufe vor der Verkaufshandlung.

†) Sind z. B. bei einer Vertheilung der Betheiligten wenige, so können sämmtliche an der Schätzung theilnehmen, sind aber ihrer viele, so ist es nothwendig, daß sie aus ihrer Mitte ein Comité (Ausschuß) von drei oder fünf, höchstens sieben, als Schätzer wählen. Wird ein solches Grundstück zum Verkaufe vertheilt, so ist es rathsam, daß der Verkäufer sich durch Kaufsliebhaber ein Gremium von drei Schätzern vorschlagen läßt, die dann die Schätzung nach dem Geldwerth pro Tagwerk vornehmen.

Hieraus können die (neuen) Durchschnitts-Bonitäts-Klassen abgeleitet werden, es ist nämlich

$$c = w \times \frac{V}{a\,w + a'\,w' + a''\,w''}$$

$$c' = w' \times \frac{V}{a\,w + a'\,w' + a''\,w''}$$

$$c'' = w'' \times \frac{V}{a\,w + a'\,w' + a''\,w''} \quad ^{*)}$$

Beispiel: Ein Grundstück halte im Ganzen 12 Tgw. 84 Decimalen mit der Bonitäts-Classe VIII., woraus die Verhältnißzahl oder V = 102,72 und dasselbe sei in **drei** ungleiche Theile getheilt.

Es sei der 1te Theil oder a = 2,16 Tgw. und 1 Tgw. habe den Werth (w) von 100 fl.

Es sei der 2te Theil oder a′ = 4,96 Tgw. und 1 Tgw. habe den Werth (w′) von 120 fl.

Es sei der 3te Theil oder a″ = 5,72 Tgw. und 1 Tgw. habe den Werth (w″) von 140 fl.

Hieraus soll nun für jeden einzelnen Theil die (neue) Durchschnitts-Bonitäts-Klasse berechnet werden. Es ist nach obigen Formeln

$$c = 100 \times \frac{102{,}72}{(2{,}16 \times 100) + (4{,}96 \times 120) + (4{,}72 \times 140)} \;^{**)} = 100 \times 0{,}063722 = 6{,}372 \text{ (Kl.)}$$

$$c' = 120 \times \quad . \quad = 120 \times 0{,}063722 = 7{,}647 \text{ (Kl.)}$$

$$c'' = 140 \times \quad . \quad = 140 \times 0{,}063722 = 8{,}921 \text{ (Kl.)}$$

Uebrigens ist es zweckmäßiger, wenn man statt der Bonitäts-Klassen für die abgeschätzten Theile unmittelbar die Verhältnißzahl ***) für jeden einzel-

---

*) Wird ein Grundstück in mehr als 3 Theile getheilt, so ändert sich die Formel nach einem bereits sichtbaren Gesetze z. B. bei 4 Theilen:

$$c''' = w''' \times \frac{V}{a\,w + a'\,w' + a''\,w'' + a'''\,w'''}, \text{ dann bei 5 Theilen:}$$

$$c^{IV} = w^{IV} \times \frac{V}{a\,w + a'\,w' + a''\,w'' + a'''\,w''' + a^{IV}\,w^{IV}} \text{ u. s. f.}$$

**) Vor allem ist dieser zweite Faktor, welcher constant (ständig) bleibt, auf die kleinste Form zu bringen, nämlich

$$\left.\begin{array}{l} 2{,}16 \times 100 = 216 \\ 4{,}96 \times 120 = 595{,}2 \\ 5{,}72 \times 140 = 800{,}8 \end{array}\right\} \text{ und } \frac{102{,}72}{1612} = 0{,}063722\ldots.$$

$$\overline{12{,}84 \text{ Tgw. u. s} = 1612}$$

***) Es ist deßhalb zweckmäßiger, weil man sogleich eine Kontrolle hat; denn die einzelnen Verhältnißzahlen müssen zusammen genau die ursprüngliche Verhältnißzahl (V) des ganzen Grundstückes geben.

nen Theil berechnet und aus dieser und der entsprechenden Fläche die Bonitäts-Klasse ableitet.

Heißt man die zu suchenden Verhältnißzahlen v, v′, v″ rc., so ist in Bezug auf die angenommenen Flächen und Schätzungswerthe

$$v = a\,w \times \frac{V}{a\,w + a'\,w' + a''\,w''}$$

$$v' = a'\,w' \times \frac{V}{n}\ ^{*)}$$

$$v'' = a''\,w'' \times \frac{V}{n}$$

Substituirt man die im Beispiele gegebenen Größen, so ist

$v = 2{,}16 \times 100 \times 0{,}063722 = 13{,}76$ (Verhältßz.)
$v' = 4{,}96 \times 120 \times 0{,}063722 = 37{,}93$ (Verhältßz.)
$v'' = 5{,}72 \times 140 \times 0{,}063722 = 51{,}03$ (Verhältßz.)
$s = 102{,}72$ (Verhältßz.)

Die Fläche (a) mit der Bonitäts-Klasse (c) multiplicirt gibt die Verhältnißzahl (V) oder **)

$$V = a\,c, \text{ woraus}$$

$$c = \frac{V}{a}$$

Will man nun aus den gefundenen Verhältnißzahlen die entsprechenden Bonitäts-Klassen folgern, so braucht man nur die Verhältnißzahl mit der Fläche zu dividiren, weßhalb

$$c = \frac{13{,}76}{2{,}16} = 6{,}372 \text{ (Kl.) }^{***)}$$

$$c' = \frac{37{,}93}{4{,}96} = 7{,}647 \text{ (Kl.)}$$

$$c'' = \frac{51{,}03}{5{,}72} = 8{,}921 \text{ (Kl.)}$$

Es kommt häufig vor, daß die Abschätzung nicht nach Tagwerken, sondern nach Decimalen †) geschieht. Hiebei bleibt das Verfahren bei Berechnung der (neuen) Bonitäts-Klassen und Verhältnißzahlen im Wesentlichen dasselbe. Dieß soll gezeigt werden an einem

Beispiel. Ein Grundstück halte im Ganzen 10 Tgw. 50 Decim, mit der Bonitäts-Klasse 15, woraus die Verhältnißzahl oder V = 157,50. und dasselbe sei in drei ungleiche Theile getheilt.

---

*) Der Nenner bleibt constant, daher kann man ihn kurz mit n andeuten.

**) Siehe die Anmerkung zu Nro. 140 auf Seite 38, dann die zu Nro. 177 auf Seite 52 und endlich die zu Nro. 227 auf Seite 69.

***) Die Klassen sind berechnet aus den Verhältnißzahlen 13,76352, 37,92912 und 51,02812.

†) Bei der Grunderwerbung für die bayer. Eisenbahnen wurde der Werth eines jeden Grundstückes auf den Werth einer Decimale reducirt.

Es sei der 1te Theil oder a = 3,20 Tgw. und 1 Decim. habe den Werth (w) von 1 fl. 12 kr. = $1\frac{1}{5}$ fl.

Es sei der 2te Theil oder a' = 4,05 Tgw. und 1 Decim. habe den Werth (w') von 1 fl. 36 kr. = $1\frac{3}{5}$ fl.

Es sei endlich der 3te Theil oder a'' = 3,25 Tgw. und 1 Dec. habe den Werth (w'') von 1 fl. 48 kr. = $1\frac{4}{5}$ fl.

Es ist aus den Flächen und Schätzungswerthen die (neue) Verhältnißzahl oder

$$v = c\,w \times \frac{V}{a\,w + a'\,w' + a''\,w''} \; {}^{*)}$$

$$v' = c'\,w' \times \frac{V}{n}$$

$$v'' = c''\,w'' \times \frac{V}{n}$$

Substituirt man die in letztem Beispiele gegebenen Größen, so ist

$$v = 320 \times 1{,}2 \times 0{,}097402 = 37{,}40 \text{ (Verhltßz.)}$$
$$v' = 405 \times 1{,}6 \times 0{,}097402 = 63{,}12 \text{ (Verhltßz.)}$$
$$v'' = 325 \times 1{,}8 \times 0{,}097402 = 56{,}98 \text{ (Verhltßz.)}$$
$$s = 157{,}50 \text{ (Verhltßz.)}$$

* Zum Schlusse fühlt sich der Verfasser verpflichtet, die auf Seite 12 mit **) bezeichnete Anmerkung verständlicher zu geben. Setzt man nämlich den Werth des gemeinen Bruches = x, so ist z. B.

$$x = 0{,}3575757 \text{ und}$$
$$10\,x = 3{,}575757$$
$$3{,}575757 = 3\frac{57}{99}$$
$$\text{also } 10\,x = 3\frac{57}{99}$$
$$3\frac{57}{99} = \frac{354}{99}$$
$$\text{daher } 10\,x = \frac{354}{99}$$
$$\text{folglich } x = \frac{354}{990}$$

Die auf Seite 141 und 142 vorkommenden Druckfehler kann sich der Leser aus dem Voranstehenden leicht selbst verbessern.

---

*) Da der Werth für 1 Decimale angegeben ist, so muß man auch die Fläche in Decimalen ausdrücken, und die Ausrechnung dieses Bruches geschieht also:

$$\left.\begin{array}{r} 320 \times 1{,}2 = 384 \\ 405 \times 1{,}6 = 648 \\ 325 \times 1{,}8 = 585 \end{array}\right\} \text{ und } \frac{157{,}50}{1617} = 0{,}097402\ldots$$
$$1050 \text{ Dec. u. } s = 1617$$

Druck von W. Gärtner.

Alphabetisches Sachregister.

Die arabischen Ziffern bedeuten die Seitenzahl.

A.

B.

C.

D.

E.

F.

P.

Q.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Y.

Z.

Figuren zu den Decimal-Brüchen von L. Einsle.

